

Bakalářská práce



České
vysoké
učení technické
v Praze

F3

Fakulta elektrotechnická
Katedra radioelektroniky

Zpracování signálu ADS-B pro účely multilaterace

Jakub Pilař

Vedoucí: Ing. Pavel Puričer, Ph.D.
Obor: Elektronika a komunikace
Květen 2020

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval Ing. Pavlu Puričerovi, Ph.D. za odborné vedení, cenné připomínky a rady, které mi poskytl při tvorbě této práce.

Prohlášení

Nemám závažný důvod proti užívání tohoto školního díla ve smyslu § 60 Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

Prohlašuji, že jsem předloženou bakalářskou práci vypracoval samostatně a že jsem uvedl veškeré informační zdroje v souladu s Metodickým pokynem o dodržování etických principů při přípravě vysokoškolských závěrečných prací.

V Praze, 20. května 2020

Abstrakt

Bakalářská práce se zabývá problematikou příjmu a zpracování ADS-B zpráv pro účely multilaterace. Řeší vliv počtu přijímacích stanic a jejich rozložení na přesnost určení polohy v dvourozměrném prostoru. Odhad polohy se počítal metodou TDoA. Jako ukazatel přesnosti odhadu posloužila Cramer-Raova dolní mez. Dále byl diskutován vliv mnohacestného šíření nebo nesynchronizace stanic způsobující vyšší rozptyl měření přijímacích stanic. Výpočty a simulace byly provedeny v programu Matlab.

Klíčová slova: ADS-B, TDoA, multilaterace, CRLB, rozptyl

Vedoucí: Ing. Pavel Puričer, Ph.D.
ČVUT FEL,
Technická 2,
166 27 Praha 6

Abstract

The Bachelor thesis deals with the ADS-B signal reception and processing for multilateration. It addresses the influence of the number and placement of the measuring stations to precision 2D position determination. Position estimation was calculated using the TDoA method. The Cramer-Rao lower bound was applied as a measure of estimation accuracy. The effect of multipath propagation or non-synchronization of measuring stations causing higher measurement variance of the stations was discussed. Calculations and simulations were modelled in Matlab.

Keywords: ADS-B, TDoA, multilateration, CRLB, variance

Title translation: ADS-B signal processing for multilateration

Obsah

1 Úvod	1	4.6 Kombinace metod	21
2 Multilaterace	3	5 Výpočet polohy	23
2.1 Historie multilateračních systémů	3	5.1 Algoritmy	23
2.2 Klasifikace dohledových systémů .	4	5.2 Rovnice pro TDoA	25
2.3 Charakteristika multilateračních systémů	5	5.3 Cramer-Raova dolní mez	26
2.4 Přesnost systému	7	5.4 Geometrická interpretace	30
3 ADS-B	9	6 Modelování	33
3.1 Sekundární přehledový radar	9	6.1 Tři stanice	33
3.2 Systém ADS	11	6.2 Čtyři stanice	34
3.3 Formát ADS-B zpráv	12	6.3 Odlišné přesnosti měření	37
4 Metody určování polohy	15	7 Závěr	39
4.1 Angle of arrival	15	A Literatura	41
4.2 Received signal strength	16	B Seznam zkratek	45
4.3 Time of arrival	18	C Zdrojový kód	47
4.4 Round trip time	19	D Zadání práce	51
4.5 Time difference of arrival	19		

Obrázky

2.1 Dělení dohledových systémů	5
3.1 ADS-B signál	12
3.2 Struktura ADS-B zprávy	13
4.1 Princip metody AoA	16
4.2 Princip metody RSS	17
4.3 Porovnání metod ToA a RTT	19
4.4 Metoda TDoA	20
5.1 Odvození CRLB	27
5.2 GDOP	31
6.1 1. sada CRLB grafů	34
6.2 2. sada CRLB grafů	34
6.3 3. sada CRLB grafů	35
6.4 4. sada CRLB grafů	36
6.5 5. sada CRLB grafů	37
6.6 6. sada CRLB grafů	38

Tabulky

5.1 Výpočetní algoritmy	25
-----------------------------------	----



Kapitola 1

Úvod

Letecká doprava v posledních letech rychle narůstá. Aby se navzdory růstu zachovala bezpečnost a spolehlivost dopravy, jsou kladeny stále vyšší nároky na přesnost určování polohy letadel i dalších vzdušných dopravních prostředků. Určování polohy pomocí sekundárních přehledových radarů začíná být nevyhovující. Z tohoto důvodu se organizace řídící letový provoz dohodly na postupném přechodu k systému ADS-B. Tato technologie umožňuje přesnější určování polohy letadel, rychlejší aktualizaci dat a možnost předávání dalších důležitých informací.

K celosvětovému přechodu na systém ADS-B by mělo dojít v následujících pěti letech. Pro snadnější implementaci nového systému slouží multilaterace. Ta je schopna spolupracovat se sekundárními radary i se systémem ADS-B. Ke svému zprovoznění tedy nepotřebuje instalaci dalších nákladných zařízení do letadel. Může pracovat se signály obou technologií. Obsahem ADS-B zpráv je i poloha letadla. Nicméně multilaterace informace obsažené ve zprávách nepoužívá. Polohu letadla dopočítá nezávisle na použitém systému.

Přesnost multilaterace závisí na spolehlivosti přijímacích stanic, robustnosti použitého lokalizačního algoritmu a na rozmístění jednotlivých stanic. Tato práce se zabývá především vlivem počtu stanic, přesností jejich měření a vzájemného uspořádání na přesnost lokalizace letadel. Při výpočtech se uplatnila metoda založená na časových rozdílech příchoďů signálu, která se v multilateračních systémech osvědčila. Metoda vyžaduje určit jednu stanicí jako referenční. Proto se práce zabývá i vlivem volby referenční stanice na přesnost systému. Cílem práce je určit nejvhodnější rozložení přijímacích stanic pro multilateraci založenou na hyperbolickém navigačním systému.

Kapitola 2

Multilaterace

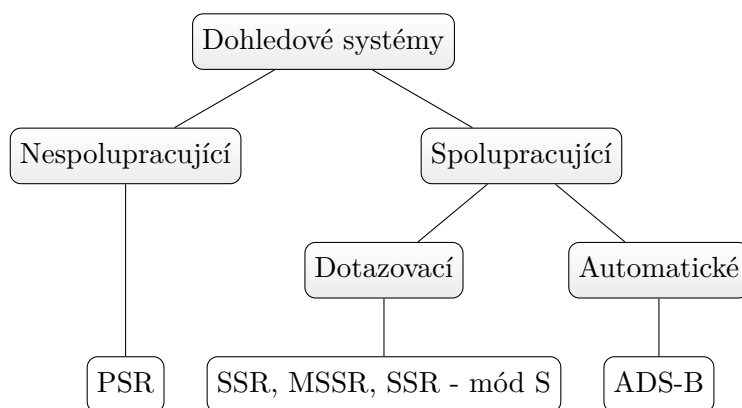
Multilaterace neboli hyperbolické polohování je systém určování polohy objektů v rovině i v prostoru pomocí několika pozemních měřicích stanic. V následující kapitole budou krátce představeny první multilaterační systémy, které vznikly již během první, respektive druhé světové války. Následně bude multilaterace zařazena mezi ostatní lokalizační systémy. Dozvíme se její základní charakteristické rysy a z čeho se multilaterační systémy skládají. V závěru kapitoly se seznámíme s vlivy, které negativně ovlivňují přesnost lokalizace.

2.1 Historie multilateračních systémů

První multilaterační systémy vznikly během první světové války. Používaly se k určení polohy skrytých válečných děl. Systémy se skládaly z detektorů, které určovaly relativní čas příchodu zvuku vydávaný děly. Čas příchodu se určoval ve výpočetním centru pomocí chronografu. Ke každé dvojici detektorů se vypočítala hyperbola, na které mohlo dělo být. Průsečík hyperbol pak označoval místo, kde se dělo skutečně nacházelo. Nevýhodou tohoto postupu byla nízká přesnost, jež vyplývá z nepřesného určení relativních časů příchodů zvuku. Navíc zvuk lze detekovat pouze na krátké vzdálenosti. Proto musely být měřicí stanice blízko nepřátelských děl.

Během druhé světové války vznikly radiofrekvenční generátory schopné přenášet vysoké energie. Také se zlepšila přesnost měření času. Čas příchodu signálu šlo měřit s přesností až na jednu mikrosekundu. Zvýšení hustoty

je ADS-B, který spolupracuje se satelitním navigačním systémem (GNSS). Letadlo v tomto případě zjistí svoji polohu pomocí GNSS. Své souřadnice potom odešle v ADS-B zprávě pozemním stanicím.



Obrázek 2.1: Dělení dohledových systémů

2.3 Charakteristika multilateračních systémů

Multilaterační systémy jsou spolupracující a nezávislé navigační systémy. To znamená, že letadlo nebo jiný hledaný objekt vysílá signály. Vyslání signálu se uskutečňuje buď na vyžádání pozemní stanice (jako v případě sekundárních přehledových radarů), nebo samovolně (jako v případě ADS-B systému). Signál zachytí pozemní stanice. Pomocí metod popsanych v jedné z následujících kapitol lze díky přijatému signálu určit polohu cíle. Multilaterační systém je tedy nezávislý na jiném lokalizačním systému, ale vyžaduje spolupráci hledaného objektu a měřících stanic. [2]

Při multilateraci nezáleží na obsahu vysílaného signálu. Měřící stanice pouze potřebují znát podobu signálu, aby ho byly schopny zachytit. Díky tomu lze multilateraci využít jak v sekundárních radiolokačních systémech, ve kterých se pracuje se zprávami módu S, tak i v ADS-B systému. Formáty zpráv módu S i ADS-B budou popsány v následující kapitole. Zde stačí zmínit, že formáty obou druhů zpráv jsou velmi podobné. Skládají se z preambule a vlastního obsahu zpráv. Obsah jednotlivých zpráv se sice může lišit, nicméně preambule je pevně daná. Měřící stanice detekují právě tuto preambuli. V předkládané práci je jako referenční signál použita již zmíněná ADS-B zpráva.

Multilaterace není přímým konkurentem SSR nebo ADS. Multilaterační systémy dokáží spolupracovat s oběma systémy. Navíc mohou být aplikovány jak pro dohled nad letištěm, tak i pro navigaci v rozsáhlých oblastech mezi

letišti. MLAT na rozdíl od stávajících letištních systémů dokáže automaticky získávat identifikaci cíle. Zvyšuje přesnost a pokrytí dohledového systému nad letištní plochou. Další výhodou MLAT systémů je, že se jejich přesnost významně nesnižuje ani za deštivého počasí. [1]

Multilaterace je obecně lokalizační metoda založená na měření určitého fyzického parametru signálu. Jako měřený parametr se může použít úhel přijetí signálu (AoA) nebo prodleva mezi vysláním dotazovacího signálu a přijetím odpovídajícího signálu (RTD). Standardně se jako měřený parametr používá čas příchodu signálu (ToA). Hledaný objekt vysílá signál, který zachycují měřicí stanice. Při známé vzájemné poloze měřicích stanic a časů příchodu signálu na jednotlivé stanice lze vypočítat polohu objektu. V našem případě se využije rozdílů časů příchodu signálu (TDoA). Z toho vyplývá, že budeme pracovat s hyperbolickým navigačním systémem.

Multilaterační systém se skládá z hledaného objektu, který vysílá signál, z několika přijímačů signálu, které měří čas příchodu, a z výpočetního centra, které s využitím TDoA určí polohu objektu. Podle typu dohledového systému mohou být ještě zapotřebí dotazovací stanice. Počet přijímačů ovlivňuje výpočty polohy. Pokud jsou k dispozici alespoň tři přijímače, lze určit polohu cíle v rovině. V tomto případě jde o hledání průsečíku hyperbol. Touto metodou tedy nelze určit nadmořskou výšku letadla. Vypočítají se pouze dvě souřadnice polohy letadla v určité rovině. Pokud jsou k dispozici čtyři přijímače, lze určit polohu letadla v prostoru jednoznačně. Jedná se o hledání průsečíku hyperboloidů. S pěti a více přijímači lze výslednou polohu cíle ověřovat výpočtem více průsečíků. Lze tak zjistit přesnost metody a snížit nepřesnost určení polohy cíle. [2]

Z matematického pohledu je multilaterace převod z jedné domény do druhé. Konkrétně jde o přechod od domény naměřených parametrů do prostorové domény. Polohu hledaného cíle označíme $\mathbf{s}_c = (x_c, y_c, z_c)^T$ a naměřené hodnoty $\widehat{\mathbf{m}}_{MLAT} = (\widehat{m}_1, \widehat{m}_2, \dots, \widehat{m}_M)^T$, kde \widehat{m}_i představuje určitý naměřený parametr vhodný pro multilaterační systém (např. TDoA, ToA, AoA nebo RTD). M je počet naměřených hodnot. Multilaterační proces určení polohy může být popsán rovnicí

$$\widehat{\mathbf{s}}_c = \mathcal{M}\{\widehat{\mathbf{m}}_{MLAT}\}, \quad (2.1)$$

kde $\widehat{\mathbf{s}}_c$ je odhad hledané pozice cíle \mathbf{s}_c , protože reálný multilaterační systém může pouze odhadnout polohu cíle. \mathcal{M} se nazývá MLAT operátor, který převádí M -dimenzionální vektor naměřených parametrů na trojrozměrný vektor polohy cíle. Konkrétní podoba MLAT operátoru závisí na druhu naměřených parametrů a na použitých matematických algoritmech. Operátor je možné zlinearizovat. Díky tomu lze najít odhad polohy cíle snadněji. Zároveň se tím ale zvýší nepřesnost řešení. [1]

2.4 Přesnost systému

Přesnost určení polohy závisí na geometrii systému, šumu měření a na použitém lokalizačním algoritmu. To znamená, že i samotná volba matematického postupu ovlivňuje přesnost řešení. Geometrie systému a šum měření stanoví nejvyšší možnou přesnost daného multilateračního systému. Lokalizační algoritmus tuto přesnost zachová nebo sníží. Nemůže ji však zvýšit.

Šum měření vzniká nepřesností měřicích stanic. Při měření může nastat mnoho druhů chyb. Chyby lze klasifikovat podle různých hledisek. Jedno z nejobecnějších rozdělení chyb je podle jejich zdroje na interní a externí. Obě skupiny chyb mohou ovlivnit všechny měřicí stanice. Mohou je ovlivnit stejně nebo každou stanicí jinak. Každá stanice je tedy ovlivněna určitým množstvím zdrojů chyb. Navíc hodnoty chyb se s časem mění. Jde o náhodné veličiny, které je potřeba analyzovat statisticky.

Mezi externí zdroje chyb patří například vliv mnohacestného šíření, útlum signálu nebo chyby a zkreslení způsobené samotným vysílačem. Tyto chyby nelze v systému upravit, protože jsou do systému zaneseny z vnějšku. Nicméně je možné implementovat techniky, které tento druh chyb alespoň kompenzují. Vliv mnohacestného šíření závisí na terénu v okolí přijímače. Mnohacestné šíření je způsobené odrazem signálu od rúných objektů. Stanice přijme několik kopií stejného signálu. To velmi snižuje přesnost a spolehlivost systému. Útlum signálu se vyjadřuje pomocí odstupu signálu od šumu (SNR), který závisí mimo jiné na vzdálenosti mezi vysílačem a přijímačem. SNR je proto různé pro všechny měřicí stanice. Hodnota SNR také závisí na kvalitě vysílaného signálu, kterou ovlivňuje samotný vysílač.

Interními zdroji chyb jsou například chyby přístrojů, nepřesnosti analogově-digitálních převodníků, nepřesnost synchronizace, nepřesné určení poloh měřicích stanic, přijímací antény anebo ztráty a zpoždění na přenosových vedeních. Tyto chyby se objevují z důvodu kvality výroby použitých komponent, vnitřních operací systému a vlastního uspořádání měřicí soustavy. Chyby přístrojů jsou dané výrobou. Tyto chyby jsou přítomny vždy. Jejich velikost je nezávislá na poloze cíle. Během převodu analogového signálu na digitální se provádí vzorkování, kvantování a kódování. I během těchto kroků se do systému zanášejí chyby, jejichž velikost je závislá na kvalitě převodníků. Přesnost synchronizace závisí na zvoleném synchronizačním schématu. Nepřesnost při synchronizaci stanic může vážně ovlivnit chybu určení polohy cíle. Nepřesnost v určení poloh měřicích stanic jsou dnes již zanedbatelné. Parametry přijímacích antén ovlivňují kvalitu přijímaného signálu. Parametry antén často závisí na směru přijímaného signálu. Proto chyby způsobené anténou nejsou stejné

pro všechny stanice, protože signál z hledaného cíle k nim přichází z různých směrů. Ztráty a zpoždění na přenosových vedeních mezi přijímacími anténami a výpočetním centrem vznikají, protože se signály podél vedení šíří v podobě elektromagnetických vln, které se šíří konečnou rychlostí. [1]

Všechny výše uvedené chyby měření jsou systematické a náhodné veličiny. Lze předpokládat, že chyby pro všechny stanice mají normální rozdělení s nulovou střední hodnotou a s rozptylem σ^2 . Pokud známe hodnoty rozptylů všech zdrojů chyb na i -té měřicí stanici, pak lze výsledný rozptyl měření této stanice σ_i^2 spočítat jako prostý součet rozptylů jednotlivých zdrojů chyb. Výpočet je naznačenou rovnicí (2.2), ve které $\sigma_{j,i}^2$ představuje rozptyl j -tého zdroje chyb na i -té stanici. [3]

$$\sigma_i^2 = \sum_j \sigma_{j,i}^2 \quad (2.2)$$

Jak již bylo zmíněno, přesnost určení polohy závisí nejen na přesnosti měření, ale i na geometrii systému a na robustnosti použitého lokalizačního algoritmu. Přesnost řešení navíc závisí i na samotné poloze hledaného cíle vůči měřicím stanicím. Přesnost určení polohy je vyšší, pokud se cíl nachází v oblasti ohraničené přijímači. Pokud se cíl od soustavy přijímačů vzdaluje, pak se přesnost velmi rychle snižuje. Vhodné rozložení stanic závisí i na použité metodě určování polohy (např. ToA, TDoA, RTD, AoA nebo RSS). Každá metoda totiž vede k jinému druhu rovnic, respektive k jiným geometrickým objektům, v jejichž průsečíku se nachází hledaný cíl. Podrobnější rozbor metod pro určování polohy bude uveden později. Tato práce se zabývá vlivem počtu přijímačů a geometrického uspořádání celé soustavy na přesnost určení polohy cíle při použití TDoA.

Kapitola 3

ADS-B

Tato kapitola se krátce zmíní o sekundárním přehledovém radaru. Především však představí systém automatického závislého sledování, který se prosazuje v oblasti sledování leteckého provozu. Systém postupně nahrazuje klasické sekundární radiolokátory. Ty se využívají v letectví již od 30. let 20. století. Se zvyšujícím se leteckým provozem začíná být tato technologie nevyhovující. Proto v současné době probíhá příprava na přechod od sekundárních radarů k systému ADS-B. Pro snadnější přechod mezi těmito technologiemi se využívá systém multilaterace, který může spolupracovat jak se sekundárními radary, tak i se systémem ADS-B. K celosvětovému přechodu na systém ADS-B by měly přispět programy SESAR a NextGen. Tyto programy předpokládají postupné nasazení ADS-B systému do provozu již od roku 2020. [4] [5]

3.1 Sekundární přehledový radar

Sekundární přehledový radar (SSR) je lokalizační a dohledový nezávislý systém. Patří mezi dotazovací spolupracující systémy. To znamená, že pozemní stanice vysílají dotazovací signál. Letadla tyto signály přijmou a odpoví na ně vysláním zpětného signálu. Formát odpovědi se odvíjí podle zvoleného režimu SSR a podle výbavy transpondéru na palubě letadla. Dotazovací a odpovídací signály se vysílají na odlišných frekvencích, aby se zamezilo možným chybám. Dotazovací signály jsou nesené na 1030 MHz, zatímco odpovědi se vysílají na frekvenci 1090 MHz.

SSR je založen na pozemních rotačních anténách. Tyto antény mají úzkou vyzařovací charakteristiku. Díky tomu lze určovat směr vysílání i přijímání signálů. Měří se tedy úhel příchodu signálu. Z prodlevy mezi vysláním dotazu a příjmem odpovědi se určí vzdálenost letadla od pozemní antény. Kombinací směru a vzdálenosti lze určovat polohu letadla v rovině. V odpovědi navíc může letadlo posílat svou barometrickou výšku, kterou změří palubními senzory. Díky tomu lze lokalizovat letadlo v prostoru jednoznačně.

V SSR se vyvinuly základní módy A, C a S. Jednotlivé módy se odlišují především obsahem zpráv. Fyzikální parametry signálů se však moc neliší. Maximální dosah signálů je obvykle 370 až 460 km. Informace se aktualizují po 4 až 15 sekundách. To je velká nevýhoda SSR. V hustém provozu je totiž tato prodleva příliš vysoká. Přesnost určení směru je přibližně $0,07^\circ$. Přesnost určení vzdálenosti závisí na vzdálenosti letadla od antény. Relativní nepřesnost nepřesáhne 0,3 %. Pro všechny módy je dále společná nutnost přímé viditelnosti mezi letadlem a pozemní anténou. Kvalita signálu se velmi sníží, pokud se mezi anténou a letadlem postaví překážka (například budova). [6]

Obsahem zpráv módu A je pouze identifikace letadla, která však nemusí být jednoznačná. Zprávy v módu C obsahují barometrickou výšku letadla s rozlišením 100 stop. Pozemní stanice v módu A nebo C se dotazují všech objektů v daném směru najednou. Zmíněné neduhy módů A a C řeší mód S. Ten se především odlišuje selektivním dotazováním, což je umožněno přiřazením globálního jedinečného identifikátoru k letadlu. Identifikátor se označuje jako ICAO adresa. Název vznikl podle Mezinárodní organizace pro civilní letectví (ICAO), která se o přidělování adres stará. Jedná se o 24bitové číslo, díky kterému se mód S dotazuje pouze jednoho konkrétního letadla. Zpráva módu S se skládá z pevně dané preambule a z vlastního obsahu zprávy. Data zprávy využívají pulzně polohovou modulaci. Délka zprávy se odvíjí od zvoleného protokolu. Rozlišují se proto zprávy standardní délky (SLM) a zprávy rozšířené délky (ELM). SLM zprávy mohou být dlouhé 56 nebo 112 bitů. ELM zprávy jsou dlouhé také 112 bitů. Jejich struktura je však odlišná od SLM zpráv. Díky tomu mohou přenášet více informací. Jednou z informací, kterou může zpráva módu S obsahovat, je barometrická výška letadla s rozlišením 25 stop. [7]

V dnešní době musí být všechna letadla vybavena zařízením pro vysílání odpovědí módu A/C. Proto lze tyto signály využít pro systém multilaterace. Nicméně pro účely multilaterace je vhodnější mód S, jehož zprávy začínají pevně danou preambulí. Tuto preambuli lze využít pro detekci signálů a měření parametrů nutných pro daný multilaterační systém. Některé transpondéry instalované na palubu letadel umí pracovat v módu S Squitter. V tomto režimu vysílá letadlo zprávy periodicky a bez nutnosti dotazovacího signálu.

Zprávy obsahují pouze ICAO adresu letadla. To je však pro multilateraci dostačující. Perioda vysílání zpráv je mezi 0,8 a 1,2 sekundy, což umožňuje rychlejší aktualizaci dat. Ostatní parametry zpráv jsou shodné s módem S. Díky těmto vlastnostem je mód S Squitter nejvhodnějším režimem SSR pro pasivní multilaterační systémy. [1]

3.2 Systém ADS

Automatic Dependant Surveillance (ADS) je systém pro určování polohy letadel ve vzdušném prostoru. Jedná se o automatický spolupracující a závislý systém. Je založený na automatickém vysílání dat z letadel nebo jiných vzdušných či pozemních objektů. Letadla vysílají informace například o nadmořské výšce, vertikální a horizontální rychlosti nebo o poloze v podobě zeměpisné šířky a délky. Data jsou získávána pomocí palubních systémů. Informace se vysílají pomocí standardních komunikačních linek. Systém pracuje na frekvenci 1090 MHz s vertikálně polarizovaným signálem. Zprávy se tedy vysílají na stejnou frekvenci jako odpovědi v sekundárním přehledovém radaru. Informace zachycují jednak pozemní přijímače a také ostatní letadla. Systém je proto nezávislý na pozemním řízení letového provozu. V současné době se využívají dvě verze tohoto systému. [7]

Automatic Dependant Surveillance – Contract (ADS-C) je systém pro výměnu informací mezi letadlem a konkrétní pozemní stanicí za předem definovaných podmínek. Určuje se struktura přenášených dat i okamžiky vyslání. Informace se mohou vysílat v pravidelných intervalech, na vyžádání poskytovatele leteckých navigačních služeb (ANSP), nebo při určitých událostech (dosažení navigačního bodu, odchýlení od trasy letu nebo změna nadmořské výšky). [8]

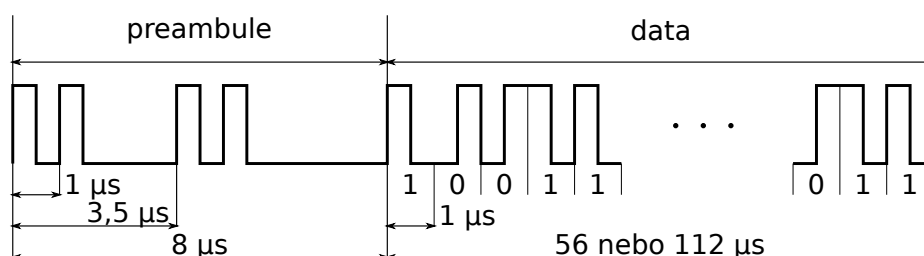
Automatic Dependant Surveillance – Broadcast (ADS-B) je podobný systém jako ADS-C. Hlavní odlišnost je v tom, že systém ADS-B vysílá informace v pravidelných intervalech bez ohledu na to, zda informace někdo přijímá. ADS-B zprávy mohou přijímat jak pozemní stanice, tak i ostatní letadla nebo pohyblivé objekty. Formáty ADS-B zpráv jsou pevně dané. Informace vkládané do ADS-B zpráv se získávají pomocí palubních a navigačních systémů. Základní sdílenou informací je poloha letadla. Ta se získává z globálního satelitního polohového systému (GNSS). ADS-B systém tedy nezjišťuje polohu letadla sám o sobě, ale získává ji z jiného zdroje. Proto se tento systém označuje jako závislý. Dále se mohou vysílat identifikační údaje, vertikální a horizontální rychlost, informace o počasí nebo místo přistání. [8]

Jak již bylo zmíněno, letadla jsou schopna signál nejen vysílat, ale i přijímat. Z tohoto důvodu se vlastní komunikace rozděluje do dvou úrovní. Vysílání zpráv je označováno jako ADS-B Out. Naopak příjem a zpracování zpráv se označuje jako ADS-B In.

ADS-B je považovaný za klíčový prvek v budoucí letecké navigaci. Zavedení ADS-B plánuje jak evropský program SESAR, tak i americký program Next-Gen. Předpokládaný termín nasazení tohoto systému plně do provozu je mezi lety 2020 a 2025. Důvodem, proč se tato technologie ještě plně nerozšířila, jsou poměrně vysoké náklady na potřebné avionické vybavení letadel. Na palubě letadla musí být vysílač i přijímač ADS-B signálu. Technologie těchto zařízení se velmi liší od tradičních přehledových radarů. Přejít od klasické radiolokace k ADS-B usnadňuje systém multilaterace, který je schopný pracovat s oběma technologiemi současně. Navíc ke svému provozu nepotřebuje další palubní systémy.

3.3 Formát ADS-B zpráv

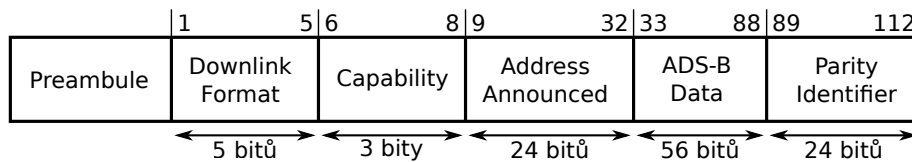
Formát ADS-B zpráv je obdobný formátu delší varianty SLM zpráv módu S. Zpráva začíná stejnou preambulí složenou ze čtyř pulsů trvajících $0,5 \mu\text{s}$. Preambule slouží k synchronizaci přijímače a vysílače. Celková délka preambule je $8 \mu\text{s}$. Po $8 \mu\text{s}$ od vyslání prvního pulsu preambule následují vlastní data zprávy. Délka datové části je 112 bitů. Každý bit zprávy trvá $1 \mu\text{s}$. Protože ADS-B je navrženo pro široké použití, nejsou jeho zprávy šifrovány. Časový průběh ADS-B signálu je zobrazen na obrázku 3.1. Fyzikální parametry signálu jsou podobné se zprávami módu S. Přesnost určení polohy závisí na použité avionice a lokalizačním systému. Pro GPS se typicky poloha určí s odchylkou menší než 200 metrů. Frekvence obnovení dat se významně zvýšila. Typicky se obnovuje po 0,5 sekundě. Záleží však na mnoha okolnostech. [7] [6]



Obrázek 3.1: ADS-B signál

Mód S používá k přenosu dat pulzně polohovou modulaci (PPM). To znamená, že o hodnotě daného bitu rozhoduje, zda byl pulz vyslán v první nebo druhé polovině bitového intervalu. Bit má hodnotu 1, pokud pulz byl vyslán v první polovině intervalu. Bit má hodnotu 0, pokud byl pulz vyslán v druhé polovině intervalu. Jeden bitový interval trvá $1 \mu\text{s}$. Celková délka zprávy závisí na typu formátu módu S. Delší formát SLM zpráv módu S přenáší 112 bitů. Jedna ADS-B zpráva s preambulí tedy celkově trvá $120 \mu\text{s}$. [7]

Samotná zpráva se dělí na pět bloků, přičemž každý blok má jinou funkci. První blok Downlink Format (DF) určuje typ a formát zprávy. Blok obsahuje 5 bitů. Pro ADS-B je DF rovno 17, případně 18 nebo 19. Dle hodnoty DF se mírně liší následné bloky zprávy. Další popis platí pro $\text{DF} = 17$. Druhý blok se označuje jako Capability (CA). Blok CA je dlouhý 3 bity. Může tedy nabývat hodnot 0 až 7. CA určuje úroveň transpondéru na palubě letadla. Address Announced (AA) je třetí blok zahrnující 24 bitů. Obsahuje jedinečnou ICAO adresu letadla, které zprávu vysílá. Bity 33 až 88 reprezentují vlastní zprávu. Poslední blok Parity Identifier (PI) s délkou 24 bitů obsahuje pro případ ADS-B pouze informaci o paritě. PI tedy slouží k detekci chyb a k případné opravě. K tomu slouží cyklické kódy. Blokové schéma rozšířené SLM zprávy je naznačeno na obrázku 3.2. Podrobnější informace o struktuře ADS-B zpráv lze najít například v [7].



Obrázek 3.2: Struktura ADS-B zprávy

Bylo zmíněno, že pro zprávy ADS-B je DF rovno 17, 18 nebo 19. Všechny tyto typy zpráv se společně označují zkratkou 1090ES. Zkratka se vztahuje k frekvenci, na které jsou zprávy vysílány, tedy k frekvenci 1090 MHz. Staženo ES vznikla z anglického spojení Extended Squitter. Extended připomíná, že zprávy jsou v rozšířeném formátu SLM. Squitter reprezentuje fakt, že zprávy jsou vysílány pravidelně, aniž by o ně někdo žádal.

Vlastní data ADS-B zprávy na 33. až 88. bitu mají také svou strukturu. Prvních pět bitů určuje formát zprávy. Dle formátu zpráva obsahuje další bloky. Zprávy mohou informovat o pozici, rychlosti, výšce nebo stavu letadla, ať už se nachází ve vzduchu nebo na zemi. Frekvence posílání jednotlivých ADS-B zpráv závisí na tom, zda je letadlo ve vzduchu, na zemi nebo se vůbec nepohybuje. Například pokud je letadlo ve vzduchu, pak průměrně odesílá

2 zprávy o pozici, 2 zprávy o rychlosti, 0,2 identifikační zprávy a 2 zprávy o stavu letadla za sekundu. Pokud je letadlo na zemi, pak se počet odeslaných zpráv za sekundu sníží. [7]

Na obrázku 3.1 je znázorněn ideální průběh zprávy. V praxi však náběžné a sestupné hrany trvají konečně dlouhou dobu. Proto se musí pracovat s určitými tolerancemi, které jsou definované v [7]. Jeden puls musí trvat $0,45 \mu\text{s}$ s tolerancí $\pm 0,1 \mu\text{s}$. Doba náběžné hrany by měla být mezi $0,05$ a $0,1 \mu\text{s}$. Sestupná hrana by měla trvat od $0,05 \mu\text{s}$ do $0,2 \mu\text{s}$. Dolní meze jsou stanoveny za účelem snížení výkonu vyzařování postranního pásma. Rozptyl amplitudy jednoho pulsu vzhledem k ostatním pulsům v jedné zprávě by neměl být větší než 2 dB. Nosná frekvence 1090 MHz by měla být dodržena s tolerancí ± 1 MHz.

Již bylo zdůrazněno, že každá ADS-B zpráva začíná stejnou preambulí. Toho lze využít pro účely multilaterace, což je lokalizační metoda pracující s určitým referenčním signálem. Tato práce se zaměřuje na výpočet polohy pomocí multilaterace s využitím ADS-B zpráv jako referenčního signálu. Tedy poloha se nebude číst z obsahu ADS-B zpráv, ale bude se počítat pomocí soustav hyperbolických rovnic.

Kapitola 4

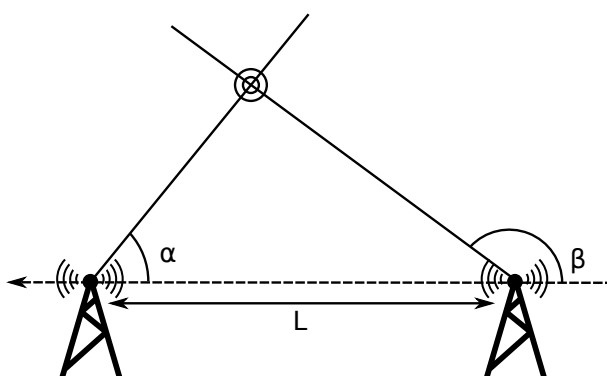
Metody určování polohy

Tato kapitola představí základní metody určování polohy objektu. Dnes používané metody lze rozdělit podle principu do tří kategorií. Jeden druh metod určuje směr, ve kterém se hledaný objekt nachází (například metoda AoA). Další metody měří vzdálenost hledaného cíle podle výkonu přijatého signálu (metoda RSS). Do třetí kategorie patří metody určující vzdálenost objektu pomocí doby šíření signálu (metody ToA, RTT nebo TDoA).

4.1 Angle of arrival

Metoda Angle of arrival (AoA) spočívá v určování směru, ze kterého přichází zkoumaný signál. Pro měření úhlu dopadu existují dvě základní uspořádání. Jednou možností je využití rotující směrové antény, která měří sílu příchozího signálu v závislosti na úhlu otočení v měřené rovině. Druhou variantou pro určení úhlu dopadu je využití anténních fázových polí. Tato pole se mohou skládat z několika statických antén, které jsou fázově propojeny. Díky znalosti vzájemné polohy jednotlivých antén je možné určit směr příchozího signálu. Úhel dopadu se určuje buď v závislosti na fázovém posunutí dopadajícího signálu na jednotlivé antény, nebo v závislosti na časových rozdílech příjmu dopadajícího signálu na antény. [9]

Měření úhlu dopadu pomocí anténních fázových polí má oproti rotující směrové anténě několik výhod. Například nepřesnost určení úhlu dopadu je obecně menší při použití anténních fázových polí, než při použití rotující



Obrázek 4.1: Princip metody AoA

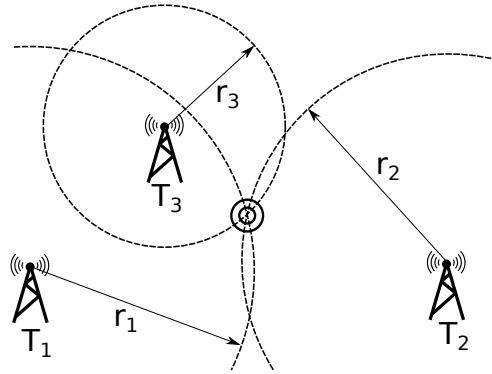
směrové antény. Navíc přesnost měření za použití anténních fázových polí lze regulovat změnou vzájemné polohy a vzdáleností jednotlivých antén. S rostoucí vzdáleností zdroje měřeného signálu roste i nepřesnost určení úhlu dopadu bez ohledu na použitou konfiguraci antén. [10]

Metoda AoA nevyžaduje tak přesnou časovou synchronizaci jako následující metody. Na druhou stranu AoA potřebuje přímou viditelnost mezi zaměřovaným cílem a anténním polem. AoA je citlivá na vícenásobné odrazy. Výhodou AoA je, že k určení směru příchozího signálu stačí pouze dvě antény. U většiny dalších metod je k jednoznačnému určení pozice potřeba nejméně tří antén. Angle of Arrival se využívá například k určování polohy mobilních telefonů nebo je součástí sekundárních přehledových radarů. [10]

4.2 Received signal strength

Metoda Received signal strength (RSS) měří vzdálenost zdroje signálu od přijímací stanice. Vzdálenost určuje pomocí síly přijatého signálu. Metoda se v nejjednodušším případě opírá o tvrzení, že útlum volným prostorem FSL je úměrný čtverci vzdálenosti. Útlum volným prostorem lze spočítat podle vzorce (4.1), kde d je vzdálenost, na které se měří útlum, f je frekvence signálu a c je rychlost šíření signálu. [11]

$$FSL = \left(\frac{4\pi df}{c} \right)^2 \quad (4.1)$$



Obrázek 4.2: Princip metody RSS

Pokud je výkon vysílaného a přijatého signálu známý, lze přes FSL dopočítat vzdálenost mezi přijímačem a vysílačem. Platí totiž vztah (4.2), v němž P_r je výkon přijatého signálu a P_t je výkon vysílaného signálu. Jeden přijímač je tedy schopný určit, v jaké vzdálenosti od něho se hledaný objekt nachází. To znamená, že se určí kružnice, respektive kulová plocha, na které objekt leží. Pro jednoznačné určení polohy objektu v ploše jsou proto zapotřebí alespoň tři přijímače. V prostoru jsou zapotřebí minimálně čtyři přijímače. Určení polohy objektu v ploše pomocí RSS je naznačeno na obrázku 4.2. [11]

$$P_r = P_t - 10 \cdot \log(FSL) \quad (4.2)$$

Většina vysokofrekvenčních čipů vybavených vestavěným radiovým systémem v sobě dnes zahrnuje i indikátor síly přijatého signálu. Mobilní zařízení tedy pro určení polohy již nepotřebují další vybavení. Proto je RSS cenově velmi efektivní lokalizační metoda vhodná pro malá mobilní zařízení. RSS má i snadnou implementaci. Díky tomu se metoda RSS často používá v bezdrátových telekomunikačních sítích. [12]

Přesnost výsledku závisí na parametrech prostředí, síle vysílaného signálu a na množství odrazů a překážek. V praxi se výpočet kvůli složitosti prostředí komplikuje. Musí se využít komplexnější vztahy pro popis šíření signálu. I přesto se může přesnost výsledku snižovat. Metoda RSS se tedy používá pouze pro aplikace s krátkými vzdálenostmi s přímou viditelností. Výhodou metody RSS je, že nepotřebuje přesnou časovou synchronizaci. Navíc ji lze zabudovat například do již existujících bezdrátových sítí. Často se využívá pro lokalizaci uvnitř budov. [13]

4.3 Time of arrival

Metoda Time of arrival (ToA) pracuje s dobou šíření signálu. Metoda vyžaduje znalost času vyslání ToT signálu vysílačem a znalost času přijetí ToA signálu na přijímači. Rozdíl těchto časů je přímo úměrný vzdálenosti mezi vysílačem a přijímačem. Vzdálenost lze vypočítat podle (4.3), kde c je rychlost šíření signálu v prostoru. Pro většinu případů lze rychlost šíření signálu ztotožnit s rychlostí šíření světla ve vakuu, respektive ve vzduchu. Rozdíl rychlosti šíření světla ve vakuu a ve vzduchu je oproti jiným nepřesnostem měření zanedbatelný. [13]

$$d = c \cdot (ToA - ToT) \quad (4.3)$$

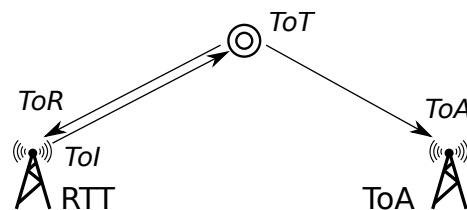
Řešením rovnice (4.3) je množina bodů tvořící kružnici (v případě 2D systému) nebo kulovou plochu (v případě 3D systému) se středem v daném přijímači. Při znalosti vzájemné polohy více přijímačů lze polohu vysílače určit jako průnik těchto geometrických útvarů. Samotný výpočet polohy objektu je tedy velmi podobný jako v případě RSS metody. Pro schematické znázornění ToA metody lze proto využít obrázek 4.2 původně určený pro RSS. Opět platí, že pro jednoznačné určení polohy objektu v ploše jsou zapotřebí tři přijímače, pro lokalizaci v prostoru jsou zapotřebí čtyři stanice. ToA se uplatňuje ve dvou různých uspořádáních. Buď může signál vysílat hledaný objekt a přijímací stanice ho detekují nebo mohou signál vysílat stanice a ToA se určuje v samotném objektu.

Přesnost určení polohy velmi závisí na synchronizaci hodin v přijímačích. Například určení polohy s přesností na decimetry vyžaduje synchronizaci hodin s odchylkou menší než 1 ns. V praxi často nelze přesně synchronizovat hodiny v hledaném cíli s hodinami v přijímačích. Potom dochází k časovému posunu mezi cílem a přijímači. Toto časové posunutí je shodné pro všechny přijímače. Díky tomu lze časové posunutí kompenzovat a neovlivní se tak výsledná poloha. [14]

Metoda ToA se využívá v globálních družicových polohových systémech, jako jsou například GPS, GLONASS nebo Galileo. ToA se využívá společně s RSS i k určení polohy zařízení uvnitř budov pomocí bezdrátových lokálních sítí. Obecně je metoda ToA přesnější než metoda RSS. Pomocí ToA lze v případě přímé viditelnosti určit polohu s přesností na jednotky centimetrů. Zatímco přesnost polohy určené pomocí RSS je v řádu desítek centimetrů. [15] [16]

4.4 Round trip time

Metoda Round trip time (RTT) se někdy také označuje jako Round-trip time of flight (RToF) nebo Round-trip delay time (RTD). RTT se podobá metodě ToA. Stanice vysílají signál k hledanému cíli s žádostí o odpověď. Cíl signál přijme a odpoví na něj vysláním signálu opačným směrem. RTT měří prodlevu mezi vysláním žádosti a příjmem odpovědi. Signál při této metodě tedy urazí trasu mezi stanicí a hledaným cílem dvakrát. Proto měřená prodleva v podstatě odpovídá dvojnásobku času, který by změřila metoda ToA. Stejný princip využívají i klasické radary. Na obrázku 4.3 je naznačen rozdíl mezi ToA a RTT. ToI je čas vyslání žádosti k cíli a ToR je čas příjetí odpovědi. [16]



Obrázek 4.3: Porovnání metod ToA a RTT

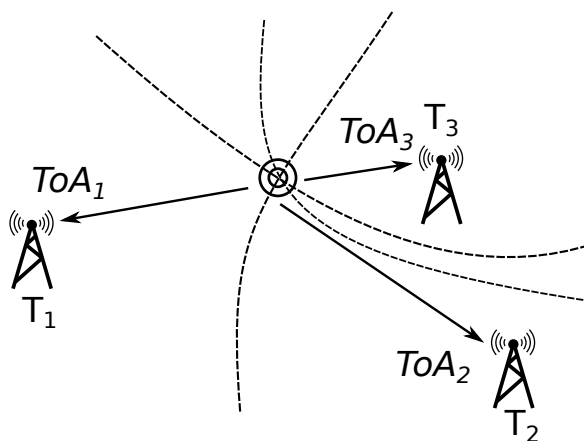
U RTT mizí nutnost synchronizace. Musí se však řešit doba zpracování signálu hledaným cílem. Prodleva mezi přijetím a odesláním signálu v hledaném objektu v podstatě odpovídá časovému posunu mezi přijímačem a vysílačem u metody ToA. Určení doby zpracování signálu musí být velmi přesné. Nicméně přesnou dobu zpracování ovlivňuje i hodinový zdroj. Pokud má hodinový zdroj přesnost 25 ppm a hledaný objekt zpracovává signál 1 ms, pak může dojít k odchylce v určení polohy až o několik metrů. [14]

Přesnost určení polohy metodou RTT závisí na přesnosti určení doby zpracování signálu v hledaném cíli. Existuje koncept modulovaného odrazu, který částečně snižuje nároky na přesnost určení doby zpracování. To znamená, že přesnosti metod ToA a RTT jsou podobné. Navíc se na tyto metody mohou aplikovat podobné algoritmy výpočtu.

4.5 Time difference of arrival

Další lokalizační metoda podobná metodě ToA je Time difference of arrival (TDoA). Výhodou této metody je nevyžadování časové synchronizace všech

měřicích stanic s hledaným objektem. Metoda potřebuje pouze synchronizaci jednotlivých dvojic měřicích stanic. Synchronizace může být zajištěna pomocí globálních družicových polohových systémů (GNSS) nebo pomocí referenčního vysílače se známou polohou. [2]



Obrázek 4.4: Metoda TDoA

$$TDoA_{12} = ToA_1 - ToA_2 \quad (4.4)$$

Metoda TDoA pracuje s časovým rozdílem příchodu signálu na jednu a na druhou měřicí stanici. Výpočet TDoA pomocí ToA je naznačen rovnicí (4.4). Podle počtu dostupných měřicích stanic se určí několik dvojic stanic, na kterých se daný časový rozdíl měří. Tento postup tedy vede k vytvoření soustavy hyperbolických rovnic. Rovnice (4.5) je třídimenzionální hyperbolická rovnice pro měřicí stanice 1 a 2. Souřadnice (x_1, y_1, z_1) představují bod, ve kterém je stanice číslo 1. Obdobně souřadnice (x_2, y_2, z_2) reprezentují umístění stanice 2. V rovnici dále vystupuje c jako rychlost světla a souřadnice (x_c, y_c, z_c) , ve kterých se může nacházet hledaný zdroj signálu. [1]

$$TDoA_{12} = \frac{1}{c} \cdot \left(\sqrt{(x_c - x_1)^2 + (y_c - y_1)^2 + (z_c - z_1)^2} - \sqrt{(x_c - x_2)^2 + (y_c - y_2)^2 + (z_c - z_2)^2} \right) \quad (4.5)$$

Řešením hyperbolické rovnice je množina bodů tvořících hyperbolu (pro případ 2D systému) nebo hyperboloid (pro případ 3D systému). Daná dvojice měřicích stanic se nachází v ohniscích těchto útvarů. Poloha hledaného objektu

se určí jako průnik hyperbol, případně hyperboloidů. Pro jednoznačné určení polohy hledaného objektu v ploše je proto zapotřebí nejméně tři přijímačů, v prostoru jsou potřeba nejméně čtyři přijímače.

Časový rozdíl přijetí signálu $TDoA$ mezi dvojicí stanic lze zjistit dvěma způsoby. Buď lze použít vzájemnou korelaci, z níž se $TDoA$ dostane přímo. Výběr této metody často záleží na vlastnostech autokorelace signálu. Vzájemná korelace se například využívá při zjišťování polohy mobilního telefonu během tísňového volání. Druhou možností zjištění $TDoA$ je výpočet pomocí ToA . Tato metoda je obecnější. Využívá se v systémech, ve kterých lze snadno detekovat pulzy signálu. Metoda ToA se tedy například využívá v sekundárních přehledových radarech. [2]

$TDoA$ se obecně využívá v hyperbolických navigačních systémech, jako jsou například Gee, Omega, Decca nebo Loran C. Metoda $TDoA$ našla uplatnění také při určování polohy pomocí bezdrátových sítí uvnitř budov. $TDoA$ se díky své relativní přesnosti, nenáročnosti výpočtu a nepotřebě znalosti pokročilých informací o referenčním signálu prosadila i při výpočtech polohy pomocí multilaterace, čemuž bude věnována následující kapitola. [17] [18]

4.6 Kombinace metod

V praxi je vhodné lokalizační metody kombinovat. Spojení různých přístupů může snížit počet potřebných měřicích stanic. Při zachování stejného počtu měřicích stanic se může zvýšit přesnost výsledku, robustnost a spolehlivost systému. Kombinací různých přístupů se navíc může do určité míry vyřešit problém vícecestného šíření. Častým případem je spojení AoA a nějaké další metody. Nevýhodou přidaného měření úhlu příchodu signálu je zvýšení složitosti přijímačů. AoA lze měřit buď pomocí rotační antény nebo pomocí anténního pole. Oba přístupy zvyšují složitost celého systému. [19]

Jednou z možností je spojit AoA , měřící úhel příchodu signálu, s metodou RSS , ToA nebo RTT , které měří vzdálenost hledaného objektu. Spojení AoA a RTT je součástí klasických radiolokačních systémů. Rotační anténa určuje úhel příchodu svým natočením a doba obousměrného zpoždění se zjišťuje vysláním a příjmem signálu. Další možnou kombinací tvoří spojení AoA a $TDoA$. Tím se sníží počet potřebných měřicích stanic pro případ 3D systému ze čtyř na tři. [19]

Kapitola 5

Výpočet polohy

V předchozí kapitole byly představeny metody určování polohy rozdělené podle své fyzikální podstaty. V této kapitole se zaměříme na matematický aparát používaný v lokalizačních systémech. Konkrétně se budeme zabývat výpočtem polohy cíle s využitím TDoA. Dále nás bude zajímat nejmenší možná nepřesnost určení polohy s ohledem na nepřesnost měření na jednotlivých stanicích. Tato nejmenší možná nepřesnost se určí pomocí Cramer-Raovy dolní meze. V závěru kapitoly je představena geometrická interpretace nepřesností měření.

5.1 Algoritmy

Lokalizační metody lze rozdělit na uzavřené a otevřené. Uzavřené algoritmy jsou charakteristické přímým algebraickým řešením. Otevřené algoritmy využívají k odhadu řešení iterační proces. Oba přístupy mají své výhody i nevýhody. Mnohé lokalizační metody využívají kombinaci obou algoritmů. Díky tomu se zvyšuje přesnost i rychlost výpočtu polohy cíle.

5.1.1 Uzavřené algoritmy

Uzavřené algoritmy většinou přináší přímé algebraické řešení. Nevýhodou tohoto postupu je nejednoznačnost řešení. Výstupem algoritmu jsou totiž

často dvě řešení. Správný výsledek je však pouze jeden. Proto je potřeba nevyhovující řešení patřičným způsobem vyloučit. Další nevýhodou je, že v případě nelineárního vztahu se zvyšuje nepřesnost řešení kvůli kvadratickému nebo i kubickému šumu. Dalším postupem využívaným v uzavřených algoritmech je transformace nelineárních rovnic na lineární. Tento postup nicméně vyžaduje více základnových měřicích stanic. [1]

Výhoda uzavřených algoritmů tkví v nepotřebě odhadu počátečního bodu, který je vyžadován v otevřených algoritmech. Proto jsou uzavřené algoritmy vhodnější volbou v případě neznámých počátečních podmínek nebo složité topologie systému. Navíc mají tyto algoritmy menší výpočetní nároky.

■ 5.1.2 Otevřené algoritmy

Otevřené algoritmy jsou založené na linearizaci rovnic. V případě TDoA se jedná o linearizaci rovnice (4.5). Otevřené algoritmy využívají k nalezení cíle iterační proces, který na svém začátku vyžaduje zadání počátečního bodu. Iterační proces postupně zvyšuje přesnost odhadu polohy cíle. Přesná poloha se tedy nezíská. Výsledkem bude pouze odhad polohy cíle. [1]

Hlavní nevýhodou otevřených algoritmů je potřeba počátečního bodu. Volba počáteční polohy závisí na mnoha faktorech, jako jsou například geometrie systému, rozsah pokrytí nebo počet měřicích stanic. V některých případech se počáteční bod určí pomocí uzavřeného algoritmu. Následným iteračním procesem se odhad pozice zpřesní. Při špatně zvoleném počátečním bodě se může zvýšit počet nutných iteračních kroků nebo se dokonce může stát, že výsledná pozice nebude konvergovat. Odhad počátečního bodu tedy velmi ovlivňuje přesnost algoritmu.

Asi nejrozšířenějším iteračním algoritmem v multilateračních systémech je metoda založená na Taylorově rozvoji. Výhodou otevřených algoritmů je potřeba menšího počtu základnových stanic a jednoznačnost řešení. Dalším kladem je zachování lineárního šumu díky lineárnímu přístupu. [1]

■ 5.1.3 Přehled algoritmů

V tabulce 5.1 jsou přehledně zobrazeny základní charakteristiky nejpoužívanějších lokalizačních algoritmů. Je zde uveden nejmenší možný počet měřicích

stane nutný pro vytvoření alespoň jedné rovnice. V návaznosti na to je uveden i potřebný počet stanic pro nalezení cíle, pokud se hledá v n -dimenzionálním prostoru. Tedy $n = 2$ pro 2D systém a $n = 3$ pro 3D systém. Seznam algoritmů začíná metodou založenou na Taylorově rozvoji, což je jediný představitel otevřených algoritmů v tabulce. Zbylé metody představují uzavřené algoritmy. Dále je uveden počet řešení, která z jednotlivých algoritmů vystupují. Nakonec je uveden šum, který algoritmus přináší do výsledného řešení. Šum je závislý na konkrétních výpočetních postupech algoritmu a na tom, zda se používá ToA nebo TDoA. Konkrétní postup výpočtu a další informace o jednotlivých algoritmech lze nalézt například v [1].

Algoritmus	Počet stanic pro 1 rovnici	Minimální počet stanic	Typ řešení	Počet řešení	Šum
Taylor	2	$n + 1$	iterační	1	lineární
Schmidt	3	$n + 2$	přímá	1	lineární kubický
Smith a Abel	2	$n + 1$	přímá	1	kvadratický
Friedlander	2	$n + 1$	přímá	1	kvadratický
Schau a Robinson	2	$n + 1$	přímá	2	kvadratický
Chan a Ho	2	$n + 2$	přímá	2	kvadratický
Bancroft	1	$n + 1$	přímá	2	lineární kvadratický
Wikipedia	3	$n + 2$	přímá	1	lineární kubický

Tabulka 5.1: Algoritmy vhodné pro TDoA

5.2 Rovnice pro TDoA

Základem hyperbolických navigačních systémů je hledání řešení sady rovnic typu (4.5). V praxi je určování rozdílů časů příchodu signálů TDoA zatíženo nepřesností měření. Proto se rovnice upraví na tvar (5.1), kde $n_{i,j}$ představuje chybu měření pro dvojici měřících stanic i a j . Rovnice (5.1) je tedy obecnější než rovnice (4.5). Pracuje se stanicemi o souřadnicích (x_i, y_i, z_i) a (x_j, y_j, z_j) .

$$TDoA_{ij} = \frac{1}{c} \cdot \left(\sqrt{(x_c - x_i)^2 + (y_c - y_i)^2 + (z_c - z_i)^2} - \sqrt{(x_c - x_j)^2 + (y_c - y_j)^2 + (z_c - z_j)^2} \right) + n_{ij} \quad (5.1)$$

Sada N hyperbolických rovnic typu (5.1) se skládá z naměřených časových rozdílů $TDoA_{ij}$ a ze známých souřadnic jednotlivých měřicích stanic (x_i, y_i, z_i) a (x_j, y_j, z_j) , kde $i, j \leq N$ a $i \neq j$. V rovnicích dále vystupuje neznámá poloha cíle (x_c, y_c, z_c) a neznámé parametry představující chyby měření n_{ij} . Velikost chyby měření závisí na několika parametrech, jako jsou vlastní chyby přístrojů, kvalita přijímaného signálu, parametry antén, princip synchronizace systému, chyby vzorkování analogově-digitálních převodníků, kvantizační nepřesnosti nebo mnohacestné šíření. Odhady chyb měření a polohy cíle se obvykle hledají pomocí extrému určitého kritéria. Nejčastějšími kritérii jsou věrohodnostní funkce (ML), u které se hledá maximum, a metoda nejmenších čtverců (LS), u které se hledá minimum. [1]

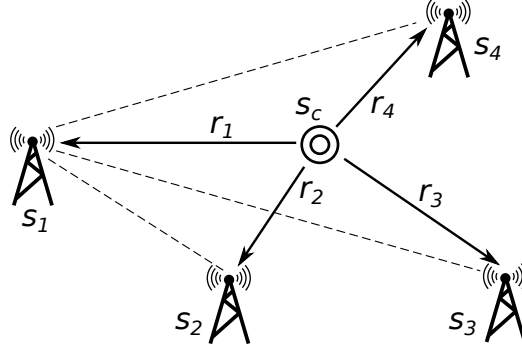
Společnou vlastností ML i LS je, že při využití inverzní kovarianční matice chyb měření jako váhovacího koeficientu pro parametry odhadu rozptylu v případě normálního rozdělení chyb dosáhnou Cramer-Raovy dolní meze (CRLB). Cramer-Raova dolní mez se často užívá jako měřítko kvality odhadu. Čím blíže leží odhad u hodnoty CRLB, tím je tento odhad objektivnější. Pokud se odhad od hodnoty CRLB vzdaluje, pak jde o méně přesný odhad. [20]

5.3 Cramer-Raova dolní mez

V praxi je velmi užitečné znát nejnížší možnou hodnotu rozptylu nevychýleného odhadu. Díky této dolní hranici je možné stanovit měřítko, na kterém lze porovnávat kvalitu nevychýlených odhadů. Dolní hranice navíc vylučuje nalezení nevychýleného odhadu, jehož rozptyl je menší než daná hranice. Existuje mnoho takových dolních mezí. Nejjednodušeji však lze vypočítat Cramer-Raovu dolní mez (CRLB). U CRLB lze snadno určit, zda existuje odhad, který dosáhne hodnoty CRLB. [21]

Přesnost odhadu přímo závisí na hustotě pravděpodobnosti (PDF) naměřených dat. Je tedy nemožné určit odhad parametru s jakoukoli mírou přesnosti, pokud hustota pravděpodobnosti na tomto parametru závisí jen slabě nebo

dokonce nezávisí vůbec. Obecně platí, že čím více je hustota pravděpodobnosti ovlivněna neznámým parametrem, tím lépe lze parametr odhadnout. Pokud se na hustotu pravděpodobnosti pohlíží jako na funkci jednoho neznámého parametru, pak se tato funkce nazývá věrohodnostní funkce. [21]



Obrázek 5.1: Odvození CRLB

Při odvozování výpočtu Cramer-Raovy dolní meze v prostoru budeme vycházet ze situace znázorněné na obrázku 5.1. To znamená, že máme k dispozici čtyři měřicí stanice s_1 , s_2 , s_3 a s_4 . Jako referenční stanici zvolíme s_1 . Známe souřadnice všech čtyř stanic. Souřadnice referenční stanice jsou $\mathbf{s}_1 = (x_1, y_1, z_1)^T$. Polohu zbylých stanic lze zapsat obdobně. Hledáme polohu cíle $\mathbf{s}_c = (x_c, y_c, z_c)^T$. Tento objekt vyšle jeden signál všemi směry. Stanice tento signál zachytí a přiřadí mu ToA . Pro dvojice stanic s_1s_2 , s_1s_3 a s_1s_4 se určí časové rozdíly příchodů signálů $TDoA_{12}$, $TDoA_{13}$ a $TDoA_{14}$. Vynásobíme-li tyto údaje rychlostí světla c , dostaneme rozdíly vzdáleností mezi stanicemi a cílem. Vzdálenost stanice s_i od cíle označíme r_i . Vzdálenost r_i lze vypočítat rovnicí

$$r_i = \sqrt{(x_c - x_i)^2 + (y_c - y_i)^2 + (z_c - z_i)^2}. \quad (5.2)$$

Rozdíl vzdáleností cíle s_c od stanic s_1 a s_i lze vyjádřit jako

$$RD(\mathbf{s}_c)_{1i} = c \cdot TDoA_{1i} = r_1 - r_i. \quad (5.3)$$

Dostaneme tak vektor rozdílů vzdáleností $\mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_1$.

$$\mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_1 = \begin{pmatrix} RD(\mathbf{s}_c)_{12} \\ RD(\mathbf{s}_c)_{13} \\ RD(\mathbf{s}_c)_{14} \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

Soustava rovnic (5.3) pro $i \in \{2, 3, 4\}$ je soustava hyperbolických rovnic. Její řešení v podobě polohy cíle $\mathbf{s}_c = (x_c, y_c, z_c)^T$ lze najít algoritmy popsány v předchozí části. Nicméně toto platí pro ideální případ, kdy jsou hodnoty $TDoA$ změřeny přesně. V reálném případě je měření zatíženo nepřesností, kvůli které se naměří odhady \widehat{TDoA}_{1i} . Proto i rozdíly vzdáleností cíle od

stanic jsou zatíženy chybou měření. Ve skutečnosti se tak místo $\mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_1$ naměří pouze odhady rozdílů vzdáleností \mathbf{d}_1 , které lze vyjádřit jako

$$\mathbf{d}_1 = \mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_1 + \mathbf{n}_1 = \begin{pmatrix} \mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_{12} + n_{12} \\ \mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_{13} + n_{13} \\ \mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_{14} + n_{14} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{12} \\ d_{13} \\ d_{14} \end{pmatrix}. \quad (5.5)$$

V předchozím kroku jsme předpokládali, že chyby měření jsou aditivní náhodné hodnoty nekorelované v čase a nekorelované mezi stanicemi. Parametry n_{1i} představují normálně rozložený náhodný šum s nulovou střední složkou a rozptylem σ_{1i}^2 , vzniklý součtem šumů od stanic 1 a i . Pomocí numerických algoritmů tedy řešíme soustavu hyperbolických rovnic

$$\mathbf{d}_1 = c \cdot \widehat{\mathbf{TDoA}}_1. \quad (5.6)$$

Řešením soustavy (5.6) dostaneme odhad polohy cíle $\widehat{\mathbf{s}}_c = (\widehat{x}_c, \widehat{y}_c, \widehat{z}_c)^T$. Jak moc se tento odhad liší od skutečné polohy cíle $\mathbf{s}_c = (x_c, y_c, z_c)^T$, záleží i na chybě měření, která je vyjádřena pomocí parametrů n_{1i} . Vliv n_{1i} na přesnost odhadu $\widehat{\mathbf{s}}_c$ udává CRLB.

Při dalším postupu budeme předpokládat, že známe skutečnou polohu cíle $\mathbf{s}_c = (x_c, y_c, z_c)^T$. Díky tomu můžeme dopočítat vektor rozdílů vzdáleností $\mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_1$. Rovněž máme vypočítaný odhad polohy cíle $\widehat{\mathbf{s}}_c = (\widehat{x}_c, \widehat{y}_c, \widehat{z}_c)^T$. Nyní budeme zkoumat přesnost tohoto odhadu. Protože jsme předpokládali, že chyba měření má normální rozložení, pak i d_{1i} má normální rozložení. Střední hodnota d_{1i} je rovna $\mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_{1i}$ a rozptyl je roven rozptylu n_{1i} , tedy σ_{1i}^2 . Věrohodnostní funkci vektoru odhadů rozdílů vzdáleností \mathbf{d}_1 lze popsat rovnicí

$$p(\mathbf{d}_1 | \mathbf{s}_c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \det(\mathbf{N}_1)}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{d}_1 - \mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_1)^T \mathbf{N}_1^{-1} (\mathbf{d}_1 - \mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_1)\right), \quad (5.7)$$

kde operátor $\det(\cdot)$ představuje determinant matice, $(\cdot)^T$ značí transpozici a \mathbf{N}_1 je kovarianční matice měření. Kovarianční matice je pro vektor $\mathbf{d}_1 = (d_{12}, d_{13}, d_{14})^T$ definovaná jako

$$\text{var}(\mathbf{d}_1) = \text{cov}(d_{1i}, d_{1j}) = \mathbb{E}(d_{1i} - \mathbb{E}(d_{1i}))(d_{1j} - \mathbb{E}(d_{1j})), \quad (5.8)$$

kde $\text{var}(\cdot)$ představuje rozptyl, $\text{cov}(\cdot, \cdot)$ znamená kovarianci a $\mathbb{E}(\cdot)$ značí střední hodnotu. Dále platí

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(d_{1i} - \mathbb{E}(d_{1i}))(d_{1j} - \mathbb{E}(d_{1j})) &= \\ \mathbb{E}(r_1 - r_i + n_{1i} - (r_1 - r_i))(r_1 - r_j + n_{1j} - (r_1 - r_j)) &= \\ \mathbb{E}(n_{1i})(n_{1j}) &= \mathbb{E}(n_{1i} \cdot n_{1j}). \end{aligned} \quad (5.9)$$

Proto bude mít kovarianční matice vektoru \mathbf{d}_1 tvar

$$\text{var}(\mathbf{d}_1) = \begin{pmatrix} \mathbb{E}(n_{12}^2) & \mathbb{E}(n_{12} \cdot n_{13}) & \mathbb{E}(n_{12} \cdot n_{14}) \\ \mathbb{E}(n_{13} \cdot n_{12}) & \mathbb{E}(n_{13}^2) & \mathbb{E}(n_{13} \cdot n_{14}) \\ \mathbb{E}(n_{14} \cdot n_{12}) & \mathbb{E}(n_{14} \cdot n_{13}) & \mathbb{E}(n_{14}^2) \end{pmatrix}. \quad (5.10)$$

Pro rozptyl veličiny n_{1i} platí rovnice $\text{var}(n_{1i}) = \mathbb{E}(n_{1i}^2) - (\mathbb{E}(n_{1i}))^2$. Protože $\text{var}(n_{1i}) = \sigma_1^2$ a $\mathbb{E}(n_{1i}) = 0$, platí $\mathbb{E}(n_{1i}^2) = \sigma_1^2$. Střední hodnotu součinu dvou náhodných veličin n_{1i} a n_{1j} lze vyjádřit jako $\mathbb{E}(n_{1i} \cdot n_{1j}) = \text{cov}(n_{1i}, n_{1j}) + \mathbb{E}(n_{1i}) \cdot \mathbb{E}(n_{1j})$. Opět platí $\mathbb{E}(n_{1i}) = 0$ i $\mathbb{E}(n_{1j}) = 0$. Bylo zmíněno, že n_{1i} je náhodný šum vzniklý součtem šumů od stanic 1 a i , tedy $n_{1i} = n_1 + n_i$. Obdobně lze vyjádřit $n_{1j} = n_1 + n_j$. Kovariance $\text{cov}(n_{1i}, n_{1j})$ vyjadřuje závislost mezi veličinami n_{1i} a n_{1j} . Z vyjádření n_{1i} a n_{1j} plyne, že se obě veličiny shodují ve složce n_1 . Proto platí $\text{cov}(n_{1i}, n_{1j}) = \text{var}(n_1) = \sigma_1^2$, kde σ_1^2 je rozptyl měření na referenční stanici. Kovarianční matice \mathbf{N}_1 bude mít konečný tvar

$$\mathbf{N}_1 = \text{var}(\mathbf{d}_1) = \begin{pmatrix} \sigma_{12}^2 & \sigma_1^2 & \sigma_1^2 \\ \sigma_1^2 & \sigma_{13}^2 & \sigma_1^2 \\ \sigma_1^2 & \sigma_1^2 & \sigma_{14}^2 \end{pmatrix}. \quad (5.11)$$

Elementy σ_{1i}^2 kovarianční matice \mathbf{N}_1 představují součet rozptylů měření na referenční stanici a na stanici i . Platí tedy $\sigma_{1i}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_i^2$.

Na funkci (5.7) aplikujeme druhou derivaci, protože ta popisuje tvar funkce. Věrohodnostní funkce je konkávní, proto by její druhá derivace měla být záporná. Čím je funkce ostřejší, tím je absolutní hodnota druhé derivace větší. V našem případě požadujeme, aby průběh věrohodnostní funkce byl co nejostřejší. Díky tomu by totiž nepřesnost určení polohy byla nejmenší. Před aplikací druhé derivace nejdříve (5.7) zlogaritmuje. To můžeme udělat, protože logaritmus je rostoucí funkce. Proto neovlivní porovnávání velikostí jeho argumentů. Navíc přirozený logaritmus se ve spojení s exponenciálou pohodlně derivuje. Záporná střední hodnota druhé derivace zlogaritmované věrohodnostní funkce se označuje jako Fisherova informační matice $I(\cdot)$. Podle [21] platí rovnost

$$I(\mathbf{d}_1) = -\mathbb{E} \left(\frac{\partial^2 \ln(p(\mathbf{d}_1 | \mathbf{s}_c))}{\partial \mathbf{s}_c^2} \right) = \mathbb{E} \left(\left(\frac{\partial \ln(p(\mathbf{d}_1 | \mathbf{s}_c))}{\partial \mathbf{s}_c} \right)^2 \right). \quad (5.12)$$

V [21] se také uvádí nerovnost

$$\text{var}(\mathbf{d}_1) \geq \frac{1}{I(\mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_1)}. \quad (5.13)$$

Převrácené hodnotě Fisherovy informační matice je rovna matice Cramer-Raovy dolní meze. Matici CRLB lze reprezentovat skalárem, který se získá

odmocněním stopy matice CRLB. Cramer-Raova dolní mez je tedy teoretická nejnižší mez, ke které se může přiblížit rozptyl nevychýleného odhadu \mathbf{d}_1 veličiny $\mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_1$.

Po vložení zlogaritmované věrohodnostní funkce (5.7) do definice Fisherovy informační matice (5.12) dostaneme

$$I(\mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_1) = \left(\frac{\partial \mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_1}{\partial \mathbf{s}_c} \right)^T \mathbf{N}_1^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_1}{\partial \mathbf{s}_c} \right). \quad (5.14)$$

Jacobiho matice $\mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_1$ má tvar

$$\frac{\partial \mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_1}{\partial \mathbf{s}_c} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_{12}}{\partial x} & \frac{\partial \mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_{12}}{\partial y} & \frac{\partial \mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_{12}}{\partial z} \\ \frac{\partial \mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_{13}}{\partial x} & \frac{\partial \mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_{13}}{\partial y} & \frac{\partial \mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_{13}}{\partial z} \\ \frac{\partial \mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_{14}}{\partial x} & \frac{\partial \mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_{14}}{\partial y} & \frac{\partial \mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_{14}}{\partial z} \end{pmatrix}. \quad (5.15)$$

V našem konkrétním případě se Jacobiho matice $\mathbf{RD}(\mathbf{s})_1$ bude počítat podle (5.16).

$$\frac{\partial \mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_1}{\partial \mathbf{s}_c} = \begin{pmatrix} \frac{x_c - x_1}{r_1} - \frac{x_c - x_2}{r_2} & \frac{y_c - y_1}{r_1} - \frac{y_c - y_2}{r_2} & \frac{z_c - z_1}{r_1} - \frac{z_c - z_2}{r_2} \\ \frac{x_c - x_1}{r_1} - \frac{x_c - x_3}{r_3} & \frac{y_c - y_1}{r_1} - \frac{y_c - y_3}{r_3} & \frac{z_c - z_1}{r_1} - \frac{z_c - z_3}{r_3} \\ \frac{x_c - x_1}{r_1} - \frac{x_c - x_4}{r_4} & \frac{y_c - y_1}{r_1} - \frac{y_c - y_4}{r_4} & \frac{z_c - z_1}{r_1} - \frac{z_c - z_4}{r_4} \end{pmatrix} \quad (5.16)$$

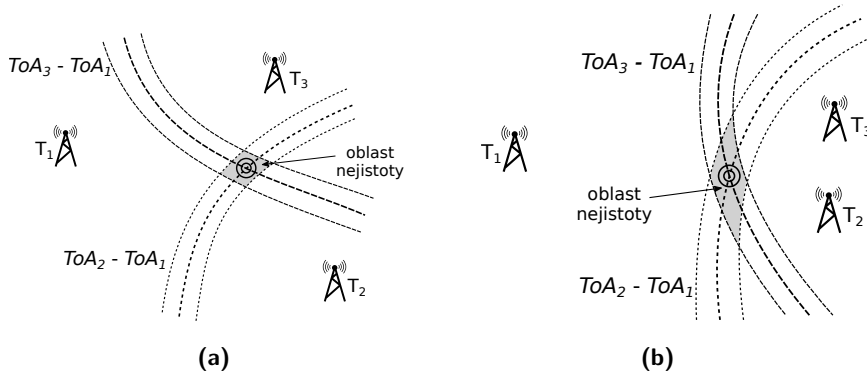
Podle právě představených rovnic lze dopočítat nejmenší možnou nepřesnost určení polohy hledaného objektu v okolí měřicích stanic v závislosti na skutečné poloze objektu a na rozmístění jednotlivých měřicích stanic. Rovnice platí pro čtyři měřicí stanice. Lze je nicméně upravit pro tři, pět nebo i více stanic. Rozptyl určení polohy závisí i na přesnosti měření jednotlivých měřicích stanic. Vlivem geometrie systému na velikost rozptylu odhadu polohy se zabývá další podkapitola.

5.4 Geometrická interpretace

Bylo zmíněno, že řešením hyperbolické rovnice typu (4.5) je hyperbola, případně hyperboloid. Body na hyperbole tedy představují místa, ve kterých se může nacházet cíl vysílající signál. To platí pouze, pokud je $TDoA$, respektive ToA určeno přesně. V praxi je však změření ToA zatíženo chybou a rovnice (4.5) přejde na tvar (5.1). Řešení rovnice (5.1) si lze představit jako hyperbolu nebo hyperboloid o nenulové šířce. Nebo-li z hyperboly se vlivem rozptylu měření stane hyperbolický pás, ve kterém se může nacházet hledaný objekt.

Šířka pásu závisí na přesnosti měření. Při přesnějším určení $TDoA$ se pás zúží.

Řešením sady hyperbolických rovnic (5.1) v rovině je průnik jednotlivých hyperbolických pásů. V případě prostorového uspořádání je řešením průnik hyperboloidů nenulové tloušťky. Z obrázku 5.2 vyplývá, že řešením není jeden jediný bod, ale celá oblast. Tomuto místu se říká oblast nejistoty. Velikost oblasti nejistoty závisí nejen na přesnosti měření jednotlivých stanic, ale i na rozmístění těchto stanic vůči cíli.



Obrázek 5.2: Vliv geometrie systému na velikost oblasti nejistoty

Z porovnání obrázků 5.2 je zřejmé, že dva kolmější hyperbolické pásy vytvoří menší oblast nejistoty. Tuto vlastnost lze matematicky vyjádřit pomocí parametru Dilution of Precision (DOP), což je bezrozměrná veličina určující kvalitu geometrie systému z pohledu výpočtu pozice cíle v konkrétním bodě. DOP ukazuje, jak moc se vlivem topologie systému promítnou chyby měření do přesnosti výsledného určení polohy. DOP nezávisí pouze na geometrii systému, ale také na počtu měřicích stanic. Většinou, ale ne vždy, se s větším počtem měřicích stanic přesnost řešení zvyší. [1]

Velikost oblasti nejistoty lze vyjádřit pomocí Geometric Dilution of Precision (GDOP). Parametr GDOP se dále může dělit na vertikální složku VDOP a horizontální složku HDOP. Výpočet GDOP závisí na tom, zda se používá TDoA systém nebo ToA systém. V případě TDoA systému vychází výpočet GDOP ze stejných předpokladů jako výpočet CRLB. Stejně jako při odvozování CRLB lze předpokládat, že jsou k dispozici čtyři měřicí stanice. Rovnice (5.2) až (5.6) platí i pro GDOP. Předpokládáme, že skutečná poloha cíle je $\mathbf{s}_c = (x_c, y_c, z_c)^T$. Díky změřenému odhadu rozdílů vzdáleností \mathbf{d}_1 lze určit odhad polohy cíle $\widehat{\mathbf{s}}_c = (\widehat{x}_c, \widehat{y}_c, \widehat{z}_c)^T$. Pomocí Taylorova rozvoje je možné zlinearizovat výraz pro výpočet $\mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_1$. [22]

$$\mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_1 = \mathbf{RD}(\widehat{\mathbf{s}}_c)_1 + \frac{\partial \mathbf{RD}(\widehat{\mathbf{s}}_c)_1}{\partial \widehat{\mathbf{s}}_c} \cdot (\mathbf{s}_c - \widehat{\mathbf{s}}_c) \quad (5.17)$$

Pokud definujeme $\delta\mathbf{RD}_1 = \mathbf{RD}(\mathbf{s}_c)_1 - \mathbf{RD}(\widehat{\mathbf{s}}_c)_1$, pak lze rovnici (5.17) upravit na tvar

$$(\mathbf{s}_c - \widehat{\mathbf{s}}_c) = \left(\frac{\partial \mathbf{RD}(\widehat{\mathbf{s}}_c)_1}{\partial \widehat{\mathbf{s}}_c} \right)^T \frac{\partial \mathbf{RD}(\widehat{\mathbf{s}}_c)_1}{\partial \widehat{\mathbf{s}}_c} \right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{RD}(\widehat{\mathbf{s}}_c)_1}{\partial \widehat{\mathbf{s}}_c} \delta\mathbf{RD}_1. \quad (5.18)$$

Kvalita odhadu pozice cíle $\widehat{\mathbf{s}}_c$ se může vyjádřit pomocí rozptylu rozdílu skutečné a odhadnuté polohy. Lze předpokládat, že střední hodnota rozdílu $\mathbf{s}_c - \widehat{\mathbf{s}}_c$ je nulová. Rozptyl pak bude mít tvar

$$\text{var}(\mathbf{s}_c - \widehat{\mathbf{s}}_c) = \left(\frac{\partial \mathbf{RD}(\widehat{\mathbf{s}}_c)_1}{\partial \widehat{\mathbf{s}}_c} \right)^T \frac{\partial \mathbf{RD}(\widehat{\mathbf{s}}_c)_1}{\partial \widehat{\mathbf{s}}_c} \right)^{-1} \mathbb{E}[\delta\mathbf{RD}_1 \delta\mathbf{RD}_1^T]. \quad (5.19)$$

První část výrazu (5.19) odpovídá vlivu geometrie na přesnost určení polohy cíle. Druhá část představuje vliv přesnosti měření stanic. GDOP může být vyjádřeno jako

$$GDOP = \sqrt{\text{tr} \left(\left(\frac{\partial \mathbf{RD}(\widehat{\mathbf{s}}_c)_1}{\partial \widehat{\mathbf{s}}_c} \right)^T \frac{\partial \mathbf{RD}(\widehat{\mathbf{s}}_c)_1}{\partial \widehat{\mathbf{s}}_c} \right)^{-1}}}, \quad (5.20)$$

kde operátor $\text{tr}(\cdot)$ představuje stopu matice. GDOP tedy vyjadřuje vliv geometrie systému na přesnost určení polohy cíle. Nezahrnuje nepřesnost určení $TDoA$. Převádí nepřesnost z časové domény do prostorové. Platí rovnice $\sigma_{xyz} = GDOP \cdot c \cdot \sigma_{TDoA}$, ve které σ_{xyz} představuje chybu určení polohy, σ_{TDoA} značí chybu určení časových rozdílů příchoďů signálu a c je rychlost světla. Z toho vyplývá, že CRLB je komplexnější, neboť oproti GDOP zahrnuje i vliv nepřesnosti měření stanic. V další kapitole proto budeme využívat pro porovnání kvality systémů CRLB. [23] [24]

V této kapitole byly představeny základní možnosti řešení rovnic multilaterace založené na systému TDoA. Jedná se o hledání řešení soustavy hyperbolických rovnic. Postupů pro nalezení tohoto řešení je mnoho. Liší se svou numerickou náročností, rychlostí výpočtu, přesností, potřebným počtem rovnic nebo počtem výstupních řešení. Parametry vstupující do rovnic jsou zatížené chybou měření. Určení polohy proto není jednoznačné. Hledaný cíl se může nacházet v tzv. oblasti nejistoty. Velikost této oblasti závisí nejen na přesnosti určení $TDoA$, ale i na počtu a rozmístění měřicích stanic. O vlivu těchto parametrů na přesnost lokalizace pojednává následující kapitola.

Kapitola 6

Modelování

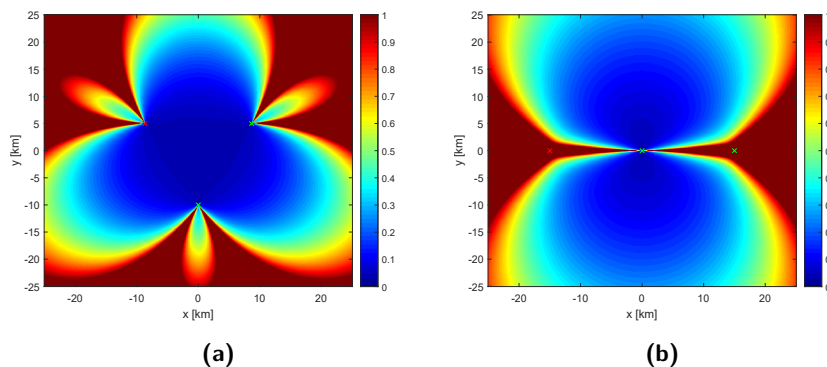
Tato kapitola je věnována simulacím, výpočtům a zobrazování CRLB. Při výpočtech byly využity postupy vysvětlené v předchozí části. Během modelování se pracovalo s programem Matlab. Skript napsaný v tomto prostředí je součástí příloh předkládané práce.

Byly zkoumány dvourozměrné systémy. Pracovalo se v nich se stanicemi, jejichž směrodatná odchylka měření času byla 100 nanosekund. To odpovídá směrodatné odchylce určení polohy asi 30 metrů. Vzdálenosti ve všech grafech jsou udávány v kilometrech. Pro přehlednost je CRLB v grafech omezeno do hodnoty 1. Lze tudíž rozeznat hodnoty od 0 do 1. Hodnoty větší než 1 jsou seříznuté. V grafech jsou pro orientaci zobrazeny i jednotlivé měřicí stanice. Referenční stanice je reprezentovaná červeným křížkem. Ostatní stanice jsou znázorněny zeleným křížkem.

6.1 Tři stanice

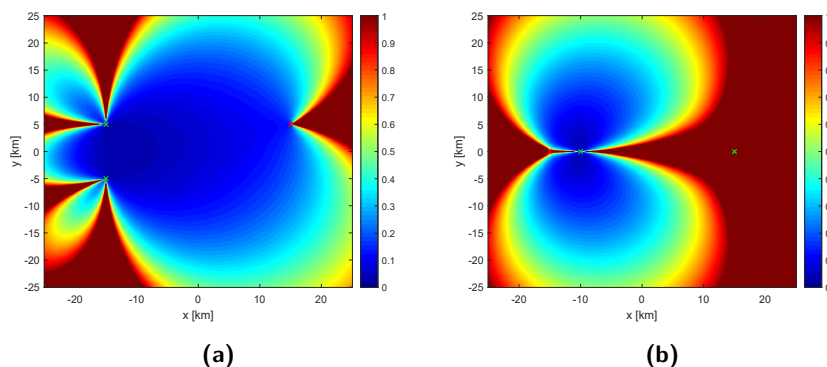
Pro jednoznačné určení polohy ve 2D systému je potřeba nejméně tří měřicích stanic. Tři stanice lze v rovině umístit do trojúhelníku nebo přímky. Obrázky 6.1 ukazují rozložení CRLB pro obě možnosti v případě rovnoměrných rozestupů mezi stanicemi. V těchto případech nezáviselo rozložení CRLB na určení referenční stanice. Ať byla vybrána jakákoli měřicí stanice jako referenční, graf CRLB se nezměnil. Graf 6.1a potvrzuje, že nejpřesnější lokalizace je uvnitř útvaru ohraničeného přijímači. Zároveň platí, že při vzdalování od přijímačů

se přesnost velmi rychle snižuje. Největší hodnoty CRLB dosahují řádově až jednotek tisíců. Tyto hodnoty se nachází na spojnicích přijímačů vně útvary. Potvrzuje to i obrázek 6.1b, na kterém dosahuje CRLB největších hodnot na přímce proložené stanicemi. Tento jev je způsobený použitým algoritmem.



Obrázek 6.1: Grafy CRLB obsahující 3 stanice uspořádané do rovnostranného trojúhelníku (a) a do přímky se stejnými rozestupy (b)

V dalším kroku byly zkoumány soustavy tří stanic, jejichž rozestupy nejsou rovnoměrné. Tedy dvě stanice jsou blízko sebe a třetí stanice je vzdálena. Při zkoumání vlivu volby referenční stanice se ukázalo, že ani v tomto případě na volbě referenční stanice nezáleží. Na obrázku 6.2b je vidět, že posun stanic blíže k sobě způsobí zmenšení oblasti přesné lokalizace. Tento fakt neovlivní ani vzdálená třetí stanice, protože leží na přímce s dvojicí stanic.

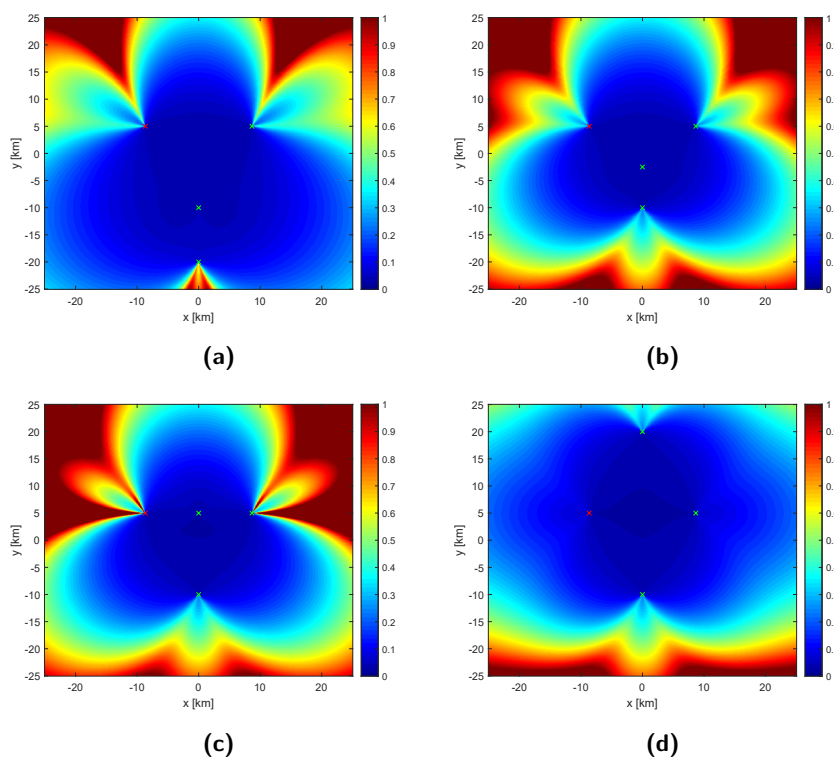


Obrázek 6.2: Grafy CRLB obsahující 3 stanice uspořádané do obecného trojúhelníku (a) a do přímky s různými rozestupy (b)

6.2 Čtyři stanice

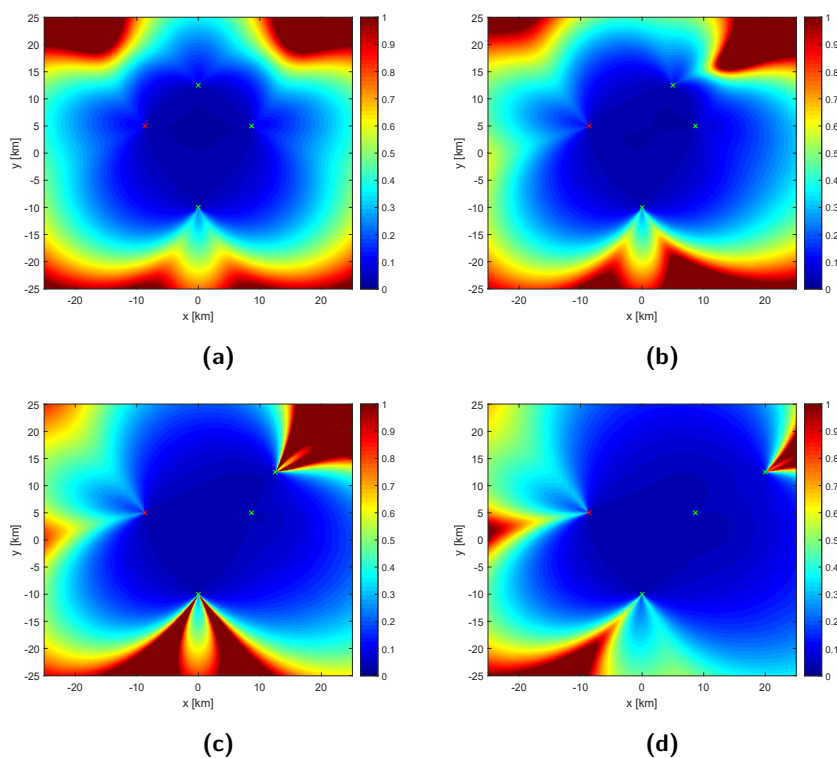
Dále se zaměříme na soustavu stanic tvořících rovnostranný trojúhelník. K těmto stanicím přibude čtvrtá. Polohu čtvrté stanice lze zvolit libovolně.

Na grafech 6.3 leží čtvrtá stanice na ose souměrnosti původního trojúhelníku. Na 6.3a je přidaná stanice umístěna vně trojúhelníku blízko jedné z původních stanic. Oblast, ve které CRLB nabývá hodnot menších než 0,3, se oproti 6.1a téměř zdvojnásobila. Při posunu čtvrté stanice doprava nebo doleva se tato oblast dále zvětšuje. Maximální hodnoty CRLB se snížily o tři řády. Na 6.3b leží čtvrtá stanice uprostřed rovnostranného trojúhelníku. Stejně jako v předchozím případě jsou maximální hodnoty CRLB v řádu jednotek. Oproti 6.1a se oblast s hodnotou CRLB menší než 0,3 zvětšila jen nepatrně. Při posunu stanice doprava nebo doleva se tato oblast nejprve zmenšuje. Jakmile opustí čtvrtá stanice vnitřek trojúhelníku, začne se oblast s CRLB menším než 0,3 opět zvětšovat. V případě 6.3c je čtvrtá stanice situovaná na spojnici dvou stanic. Z toho vyplývá, že tři stanice leží na jedné přímce. Maximální hodnoty CRLB se zmenšily pouze o jeden řád. Při posunu stanice do strany se největší hodnoty CRLB zmenšují jen pomalu. Nicméně oblast s CRLB menším než 0,3 se rozšiřuje razantněji. Na posledním obrázku 6.3d tvoří čtveřice stanic kosočtverec. Maximální hodnoty CRLB dosahují v tomto případě nejmenších hodnot ze všech dosavadních konfigurací. Konkrétně se pohybují kolem hodnoty 1,2. Při posunu doprava nebo doleva se sice největší hodnoty CRLB zvýší až o dva řády, nicméně při dalším posunutí se hodnoty opět velmi rychle vrátí do řádu jednotek. Pro velikost oblasti s hodnotou CRLB menší než 0,3 platí obdobné zákonitosti jako v případě 6.3a.



Obrázek 6.3: Grafy CRLB obsahující 4 stanice, z nichž jsou 3 uspořádané do rovnostranného trojúhelníku a 4. stanice se pohybuje ve svislém směru

V předchozím odstavci byla popsána změna mapy CRLB v závislosti na svislém posouvání čtvrté stanice. Navíc bylo okomentováno, jak se grafy mění, pokud se čtvrtá stanice posouvá do stran. Na tento směr změny polohy se nyní zaměříme. V grafech 6.4 leží čtvrtá stanice vně trojúhelníku tvořeného původní trojicí měřicích stanic. Čtvrtá stanice je nejprve umístěna na ose souměrnosti trojúhelníku. Následně se posouvá směrem doprava. Čím více se stanice posouvá doprava, tím je oblast s hodnotami CRLB menšími než 0,3 rozsáhlejší. To platí i při posunutí čtvrté stanice mimo zkoumanou oblast. Největší hodnoty CRLB jsou nejprve v řádu jednotek. Na 6.4b se zvýší na desítky. Potom se opět sníží. Největších hodnot dosahují v situaci 6.4c, kdy se tři stanice nachází v jedné přímce. CRLB nabývá hodnot až několik stovek. Nicméně při dalším posunutí znázorněném na 6.4d se maxima CRLB vrátí do řádu jednotek.



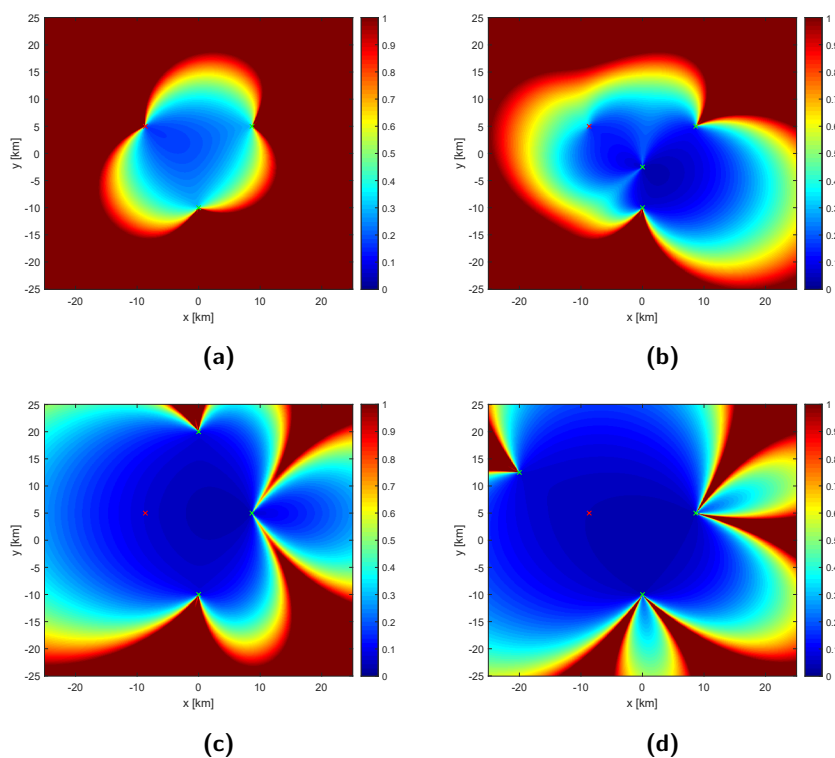
Obrázek 6.4: Grafy CRLB obsahující 4 stanice, z nichž jsou 3 uspořádané do rovnostranného trojúhelníku a 4. stanice se pohybuje ve vodorovném směru

Ani při jedné z předchozích konfigurací stanic nezáležely hodnoty CRLB na zvolené referenční stanici. Mapy CRLB hodnot se se změnou referenční stanice neměnily.

6.3 Odlišné přesnosti měření

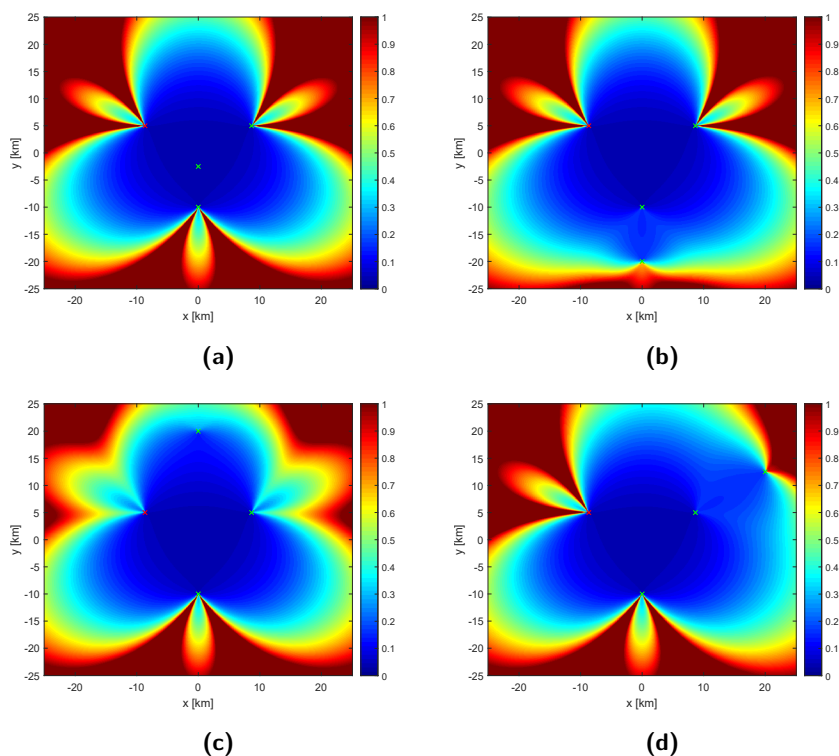
Nyní bude probána situace, při které bude jedna ze čtyř stanic měřit s desetkrát větší odchylkou než zbylé stanice. To znamená, že u jedné stanice se směrodatná odchylka určení polohy zvýší na 300 metrů. Může to být způsobeno mnohacestným šířením nebo nesynchronizací stanic. Stejně jako v předchozí části budou tři stanice uspořádané do vrcholů rovnostranného trojúhelníku. K těmto stanicím se přidá čtvrtá, jejíž poloha se bude měnit.

Nejprve řešíme případ, kdy má vyšší směrodatnou odchylku měření jedna ze základní trojice stanic. Na obrázku 6.5a jsou pouze tři stanice. Je vidět, že zvýšení směrodatné odchylky velmi zhoršilo přesnost odhadu polohy. Oproti situaci znázorněné na obrázku 6.1a se oblast s hodnotami CRLB menšími než 0,3 zmenšila na čtvrtinu. Na dalších grafech 6.5 přibyla čtvrtá měřicí stanice. Pokud se čtvrtá stanice nachází uvnitř trojúhelníku, pak se přesnost měření polohy zlepšila jen nepatrně. Velmi dobrých hodnot měření dosáhlo uspořádání zobrazené na obrázku 6.5c. Čtvrtá stanice tvoří s původní trojicí stanic kosočtverec. Oblast s hodnotami CRLB menšími než 0,1 je dokonce větší než pro případ 6.1a.



Obrázek 6.5: Grafy CRLB pro 3 a 4 stanice, přičemž stanice o souřadnicích $[-\sqrt{75}, 5]$ má desetinásobnou směrodatnou odchylku měření

Lze také uvažovat o jiné situaci. Ke třem stejně měřicím stanicím je přidána čtvrtá, jejíž směrodatná odchylka měření je desetkrát větší než u původních stanic. Pokud se čtvrtá stanice přidá do trojúhelníku tvořeného trojicí stanic, pak se sníží maximální hodnoty CRLB až o čtyři řády. Nicméně oblast s hodnotami CRLB menšími než 0,1 se téměř nezvětší. Vhodnější je přidat čtvrtou stanici vně trojúhelníku. Například ji přidat tak, aby s původní trojicí stanic vytvořila kosočtverec. Rozložení je znázorněné na 6.6c. Toto umístění ještě více sníží maximální hodnoty CRLB. Avšak oblast s hodnotami CRLB menšími než 0,1 se opět téměř nezmění.



Obrázek 6.6: Grafy CRLB pro 4 stanice, ve kterých stanice s desetinasobnou směrodatnou odchylkou měření mění svou polohu

Je důležité poznamenat, že předchozí výsledky nezávisí na volbě referenční stanice. Grafy CRLB jsou stejné pro jakoukoli referenční stanici. Hodnoty CRLB nejsou ovlivněny, ani když je referenční stanicí čtvrtá stanice nebo stanice se zvýšenou směrodatnou odchylkou.

Kapitola 7

Závěr

Zavedení ADS-B systému do praxe se stává klíčovým prvkem v monitorování vzdušného prostoru. Systém využívá k lokalizaci letounů globální navigační družicový systém. ADS-B tak disponuje vyšší přesností a spolehlivostí a nabízí mnoho dalších výhod v porovnání se zavedenými sekundárními přehledovými radary. Důležitou úlohu při přechodu k systému ADS-B hraje multilaterace. Ta, díky možnosti spolupracovat s oběma systémy, představuje vhodný mezikrok v navigačních systémech. Usnadní tak přebudování letecké navigační infrastruktury a zjednoduší přechod k novému systému.

Multilaterace se řadí mezi spolupracující nezávislé navigační systémy. Ve spojení s ADS-B se navíc jedná o automatický systém. V této práci byla použita multilaterace na základě TDoA, tedy s využitím rozdílů časů příchodu signálu. Metodu lze geometricky interpretovat jako hledání společného průniku hyperbol, případně hyperboloidů. Proto se tato verze multilaterace označuje jako hyperbolický navigační systém.

Přesnost multilateračních systémů závisí na šumu měření, geometrii systému a na lokalizačním algoritmu. Přesnost lokalizace v závislosti na rozmístění stanic vzhledem k hledanému cíli lze vyjádřit pomocí parametru GDOP. Tento parametr lze interpretovat jako oblast nejistoty, ve které se může cíl nacházet. GDOP však nebere v úvahu nepřesnost měření jednotlivých stanic. Proto se často jako měřítko přesnosti navigačních systémů využívá Cramer-Raova dolní mez. Ta je komplexnější než GDOP. Bere v úvahu geometrii systému i šum měření. Vyjadřuje nejnižší možnou hodnotu rozptylu nevychýleného odhadu polohy. Z uvedených důvodů bylo CRLB využito pro porovnání přesnosti multilateračních systémů i v této práci.

Šum měření stanic lze shrnout do rozptylu měření, který reprezentuje veškeré zdroje nepřesností. Lze předpokládat, že obdobné přijímací stanice budou mít podobné hodnoty rozptylu měření. Nicméně vlivem okolí nebo jiným vnějším zdrojem šumu se může rozptyl měření u jedné ze stanic mnohonásobně zvýšit. Tyto předpoklady byly uplatněny při výpočtech CRLB. Do zkoumaného dvourozměrného systému byly zahrnuty tři, následně čtyři přijímací stanice. Z výsledků vyplývá, že je vhodné umístit stanice do symetrických útvarů, tedy do rovnostranného trojúhelníku, případně do kosočtverce nebo čtverce. Nejpřesnější lokalizace je uvnitř tohoto útvaru. Čím je cíl vzdálenější od stanic, tím je přesnost určení jeho polohy nižší.

Nejmenší přesnost lokalizace v případě tří stanic je na přímkách proložených stanicemi. To je způsobeno výpočetním algoritmem. Vhodné přidání čtvrté stanice může zmenšit maximální hodnoty CRLB až o pět řádů. Dále se může téměř zdvojnásobit oblast s přijatelnou přesností lokalizace. Navíc se v případě čtyř stanic neprojeví vliv mnohacestného šíření tak razantně jako v případě tří stanic. Metoda TDoA vyžaduje zvolit jednu stanic jako referenční. Z pozorování vyplývá, že výsledek multilaterace není volbou referenční stanice ovlivněn.

Bakalářská práce by šla dále rozšířit o prozkoumání systému v trojrozměrném prostoru nebo navýšením počtu měřicích stanic. Další možností pokračování může být modelování komunikačních kanálů s hlubším prozkoumáním vlivu mnohacestného šíření. Ve vytvořeném modelu následně hledat optimální rozložení přijímacích stanic s ohledem na požadovanou přesnost lokalizace. V tomto směru by se zkoumaný model více přiblížil reálným podmínkám.

Příloha A

Literatura

1. MANTILLA GAVIRIA, Ivan Antonio. *New Strategies to Improve Multilateration Systems in the Air Traffic Control*. Valencia, Spain, 2013. ISBN 978-84-9048-089-2. Dostupné z DOI: 10.4995/Thesis/10251/29688. Disertační práce. Universitat Politècnica de València.
2. NEVEN, W. H. L.; QUILTER, T. J.; WEEDON, R.; HOGENDOORN, R. A. Wide Area Multilateration Report. *Eurocontrol*. 2005, s. 94.
3. HAHN, W.; TRETTER, S. Optimum Processing for Delay-Vector Estimation in Passive Signal Arrays. *IEEE Transactions on Information Theory*. 1973, roč. 19, č. 5, s. 608–614. ISSN 1557-9654. Dostupné z DOI: 10.1109/TIT.1973.1055077.
4. HARRISON, Michael J. ADS-X the Next Gen Approach for the Next Generation Air Transportation System. In: *2006 IEEE/AIAA 25TH Digital Avionics Systems Conference*. Portland, OR, USA: IEEE, 2006, s. 1–8. ISBN 1-4244-0377-4. ISSN 2155-7195 2155-7209. Dostupné z DOI: 10.1109/DASC.2006.313678.
5. BOWDEN, Lord. The Story of IFF (Identification Friend or Foe). *IEE Proceedings A - Physical Science, Measurement and Instrumentation, Management and Education - Reviews*. 1985, roč. 132, č. 6, s. 435–437. ISSN 0143-702X. Dostupné z DOI: 10.1049/ip-a-1.1985.0079.
6. ALI, Busyairah Syd. *Aircraft Surveillance Systems: Radar Limitations and the Advent of the Automatic Dependent Surveillance Broadcast*. New York: Routledge, 2017. ISBN 978-1-4724-7797-2.
7. INTERNATIONAL CIVIL AVIATION ORGANIZATION. *Annex 10 - Aeronautical Telecommunications: International Standards and Recommended Practices. Volume IV*. 5. vyd. 2014. ISBN 978-92-9249-537-4. OCLC: 983726942.

17. HEFLEY, Gifford. *The Development of Loran-C Navigation and Timing*. U.S. Department of Commerce, Washington, D.C.: NBS Monograph 129, 1972. Stock Number 0303-01060.
18. YAMASAKI, R.; OGINO, A.; TAMAKI, T.; UTA, T.; MATSUZAWA, N.; KATO, T. TDOA Location System for IEEE 802.11b WLAN. In: *IEEE Wireless Communications and Networking Conference, 2005*. New Orleans, LA, USA: IEEE, 2005, sv. 4, s. 2338–2343. ISBN 0-7803-8966-2. ISSN 1525-3511 1558-2612. Dostupné z DOI: 10.1109/WCNC.2005.1424880.
19. GALLER, Stefan; GEROK, Waldemar; SCHROEDER, Jens; KYAMAKYA, Kyandoghere; KAISER, Thomas. Combined AOA/TOA UWB Localization. In: *2007 International Symposium on Communications and Information Technologies*. Sydney, NSW, Australia: IEEE, 2007, s. 1049–1053. ISBN 978-1-4244-0976-1. Dostupné z DOI: 10.1109/ISCIT.2007.4392171.
20. PURIČER, Pavel. *ADS-B Signal Processing Improvement in Difficult Environment*. Praha, 2020. Disertační práce. ČVUT.
21. KAY, Steven M. *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*. Englewood Cliffs, N.J., USA: Prentice-Hall PTR, 1993. Prentice Hall Signal Processing Series. ISBN 978-0-13-345711-7.
22. LAVETI, Ganesh; RAO, G. Sasibhushana; CHAITANYA, D. Eswara; KUMAR, M. N. V. S. S. TDOA Measurement Based GDOP Analysis for Radio Source Localization. *Procedia Computer Science*. 2016, roč. 85, s. 740–747. ISSN 1877-0509. Dostupné z DOI: 10.1016/j.procs.2016.05.261.
23. JASCH, Alexander; FEUERLE, Thomas; SCOOR, Guido; HECKER, Peter. Geometrical Siting Considerations for Wide Area Multilateration Systems. In: *IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium*. Indian Wells, CA, USA: IEEE, 2010, s. 1304–1308. ISBN 978-1-4244-5036-7. ISSN 2153-3598 2153-358X. Dostupné z DOI: 10.1109/PLANS.2010.5507349.
24. RUIZ-MOJICA, Ruy F.; MANTILLA-GAVIRIA, Ivan A.; GÓMEZ-PÉREZ, Emilio J.; BALBASTRE-TEJEDOR, Juan V.; REYES-DAVO, Elias De Los. A Genetic Algorithm and Local Search for the Automated Calculation of Dilution of Precision of Mode-S Multilateration Systems at Airports. In: *2011 Tyrrhenian International Workshop on Digital Communications - Enhanced Surveillance of Aircraft and Vehicles*. Capri, Italy: IEEE, 2011, s. 5. ISBN 978-1-4244-9841-3.

Příloha B

Seznam zkratk

ADS	Automatic Dependant Surveillance	Automatické závislé sledování
ADS-B	Automatic Dependant Surveillance - Broadcast	Automatické závislé sledování - vysílání
ADS-C	Automatic Dependant Surveillance - Contract	Automatické závislé sledování - smlouva
AoA	Angle of Arrival	Úhel přijetí signálu
ANSP	Air Navigation Service Provider	Poskytovatelé leteckých navigačních služeb
CRLB	Cramer-Rao lower bound	Cramer-Raova dolní mez
DOP	Dilution of Precision	Faktor ředění přesnosti
ELM	Extended length message	Rozšířená zpráva
GDOP	Geometric Dilution of Precision	Faktor geometrického ředění přesnosti
GNSS	Global Navigation Satellite System	Globální navigační družicový systém
HDOP	Horizontal Dilution of Precision	Faktor horizontálního ředění přesnosti
ICAO	International Civil Aviation Organization	Mezinárodní organizace pro civilní letectví
LS	Least squares of errors	Metoda nejmenších čtverců
ML	Maximum likelihood	Metoda maximální věrohodnosti
MLAT	Multilateration	Multilaterace
MSSR	Monopulse secondary surveillance radar	Monopulsní sekundární přehledový radar
NextGen	Next Generation Air Transport System	
PDF	Probability density function	Hustota pravděpodobnosti

PPM	Pulse-position modulation	Pulzně polohová modulace
ppm	Parts per million	Částic na jeden milion
PSR	Primary surveillance radar	Primární přehledový radar
RSS	Received signal strength	Síla příchozího signálu
RTT	Round trip travel	Obousměrná cesta
SESAR	Single European Sky ATM Research	
SLM	Standard length message	Zpráva standardní délky
SNR	Signal-to-noise ratio	Odstup signálu od šumu
SSR	Secondary surveillance radar	Sekundární přehledový radar
TDoA	Time difference of arrival	Rozdíl času přijetí
ToA	Time of arrival	Čas přijetí
VDOP	Vertical Dilution of Precision	Faktor vertikálního ředění přesnosti

Příloha C

Zdrojový kód

```
close all
clear all

%zadani souradnic jednotlivych stanic v km
% x      y
S_N = [ %souradnice trojuhelniku:
        -sqrt(75)  5; sqrt(75)  5; 0 -10;
        %souradnice obecného trojuhelniku:
        -15  5; -15 -5; 15  5;
        %souradnice primky:
        -15  0; 0  0; 15  0;
        %souradnice nesoumerne primky:
        -15  0; -10  0; 15  0;
        %souradnice 4. stanice (ružne se meni):
        -20  12.5;
    ];

%referencni stanice
S_ref = 1;

%zadani rozsahu vzdalenosti, ve kterych se bude CRLB pocitat
% (v km)
dx = -25:0.201:25;
dy = -25:0.201:25;

%pocet mericich stanic
N=size(S_N,1);

%smerodatna odchylka mereni (v km) vsech stanic
odchylka = 0.03;
%rozptyl mereni (v km^2) vsech stanic
sigma2_N = ones(1,N)*(odchylka^2);

%prehozeni referencni stanice na 1. misto
S_N([1 S_ref],:)=S_N([S_ref 1],:);
```

```

    %kovariancni matice mereni
    %kazdy clen matice obsahuje rozptyl ref. stanice:
R_1(1:(N-1),1:(N-1)) = sigma2_N(1);
    %na diagonale se pricitaji rozptyly dalsich stanic:
for i=1:(N-1);
    R_1(i, i) = R_1(i, i) + sigma2_N(i+1);
end

    %matice vzdalenosti i-te stanice od bodu [dx(i_dx),dy(i_dy)]
    %r_N(radky, sloupce, stanice)
for i=1:N
    for i_dy = 1:length(dy)
        for i_dx = 1:length(dx)
            r_N(i_dy, i_dx, i)=abs(sqrt((dx(i_dx) - S_N(i,1))^2
                + (dy(i_dy) - S_N(i,2))^2));
        end
    end
end

    %matice matic dRD(s)/ds referencni stanice (Jacobiho matice)
    %dRS_N(radky, sloupce, druha z dvojice stanic, x nebo y)
for i_dy = 1:length(dy)
    for i_dx = 1:length(dx)
        for j = 2:N
            dRS_N(i_dy, i_dx, (j-1), 1) = ((dx(i_dx)-S_N(1,1))/
                r_N(i_dy, i_dx, 1) - (dx(i_dx)-S_N(j,1))/r_N(
                    i_dy, i_dx, j));
            dRS_N(i_dy, i_dx, (j-1), 2) = ((dy(i_dy)-S_N(1,2))/
                r_N(i_dy, i_dx, 1) - (dy(i_dy)-S_N(j,2))/r_N(
                    i_dy, i_dx, j));
        end
    end
end

    %velikost zkoumane oblasti (pocet vsech bodu CRLB):
oblastcela = length(dx)*length(dy);
    %pocet bodu CRLB s hodnotou mensi nez 0.1
    %(urceni polohy s presnosti lepsi nez 100 m):
oblast01 = 0;
    %pocet bodu CRLB s hodnotou mensi nez 0.3
    %(urceni polohy s presnosti lepsi nez 300 m):
oblast03 = 0;

    %matice Fisherovych informaci I(radky, sloupce,,:)
    %matice CRLB(radky, sloupce)
for i_dy = 1:length(dy)
    for i_dx = 1:length(dx)
        for j=1:(N-1)
            RDj{j}=[dRS_N(i_dy,i_dx,j,1), dRS_N(i_dy,i_dx,j,2)];
        end
        %cela Jacobiho matice dRS_N v bode [dx(i_dx),dy(i_dy)]:
        RD=cat(1,RDj{:});
        %vypocet Fisherovy informace v bode [dx(i_dx),dy(i_dy)]:
        A=transpose(RD)*(R_1^-1)*RD;
        %Fisherova informace:
        I(i_dy, i_dx, :, :) = A;
    end
end

```

```

    %inverzni Fisherova informace neboli matice CRLB v bode
    [dx(i_dx),dy(i_dy)]:
    B=A^-1;
    %skalarni CRLB v bode [dx(i_dx),dy(i_dy)]:
    CRLB(i_dy, i_dx) = real(sqrt(trace(B)));
    if (CRLB(i_dy, i_dx) < 0.1) oblast01 = oblast01 + 1;
    end
    if (CRLB(i_dy, i_dx) < 0.3) oblast03 = oblast03 + 1;
    end
end
end

%obsah (v %) zkoumaneho obdelniku s CRLB mensimi nez 0.1:
pomer01=100*oblast01/oblastcela;
%obsah (v %) zkoumaneho obdelniku s CRLB mensimi nez 0.3:
pomer03=100*oblast03/oblastcela;
%maximalni hodnota CRLB ve zkoumane oblasti:
maxCRLB=max(max(CRLB));
%prumer CRLB hodnot ve zkoumane oblasti:
avgCRLB=mean(CRLB, [1,2]);
%median CRLB hodnot ve zkoumane oblasti:
medCRLB=median(CRLB, [1,2]);
%modus CRLB hodnot ve zkoumane oblasti:
modCRLB=mode(CRLB, [1,2]);

%zobrazeni mapy CRLB se stanicemi
figure('name', 'Mapa CRLB pro 2D system');
imagesc([min(dx) max(dx)], [min(dy) max(dy)], CRLB(:,:));
set(gca, 'YDir', 'normal') %osa y bude rostouci
hold on
%referencni stanice je cervena:
plot(S_N(1,1), S_N(1,2), 'xr');
%vedlejsi stanice jsou zelene:
for i = 2:N
    plot(S_N(i,1), S_N(i,2), 'xg');
end
hold off
xlabel('x [km]');
ylabel('y [km]');
colormap('jet');
colorbar;
%skalovani colorbaru od 0 do 1 km:
caxis([0 1])
%ulozeni do barevneho souboru eps:
saveas(gcf, 'crlb_2D.eps', 'epsc');

```


I. OSOBNÍ A STUDIJNÍ ÚDAJE

Příjmení: **Pilař** Jméno: **Jakub** Osobní číslo: **474246**
Fakulta/ústav: **Fakulta elektrotechnická**
Zadávající katedra/ústav: **Katedra radioelektroniky**
Studijní program: **Elektronika a komunikace**

II. ÚDAJE K BAKALÁŘSKÉ PRÁCI

Název bakalářské práce:

Zpracování signálu ADS-B pro účely multilaterace

Název bakalářské práce anglicky:

ADS-B Signal Processing for Multilateration

Pokyny pro vypracování:

Seznamte se s parametry signálu ADS-B. Dále prostudujte metody multilaterace, založené na koordinovaném příjmu signálu sadou stanic. Prostudujte vliv znepřesňujících faktorů u používaných metod na určení polohy zdroje signálu (např. z hlediska vlivu konstelace systému, přesnosti časové základny a vlivu prostředí,...). Na základě studia se zaměřte na vyhodnocení vlivu geometrie stanic a mnohacestného šíření na přesnost určení polohy zdroje ADS-B signálu. Navrhněte a implementujte algoritmy demonstrující důsledek zahrnutí studovaných vlivů na výpočet polohy s použitím TDOA.

Seznam doporučené literatury:

- [1] J. Yan, C. C. J. M. Tiberius, G. J. M. Janssen, P. J. G. Teunissen, and G. Bellusci, "Review of range-based positioning algorithms," IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, vol. 28, no. 8, pp. 2–27, Aug. 2013, doi: 10.1109/MAES.2013.6575420.
- [2] International Civil Aviation Organization, "Annex 10 - Aeronautical Telecommunications. Volume III - Communication Systems. Second Edition." International Civil Aviation Organization, 2007.
- [3] RTCA, Inc., "RTCA/DO-260B, Minimum Operational Performance Standards for 1090 MHz extended Squitter Automatic Dependent Surveillance – Broadcast (ADS-B) and Traffic Information Services – Broadcast (TIS-B)." RTCA, Inc., 2009.

Jméno a pracoviště vedoucí(ho) bakalářské práce:

Ing. Pavel Puričér, Ph.D., katedra radioelektroniky FEL

Jméno a pracoviště druhé(ho) vedoucí(ho) nebo konzultanta(ky) bakalářské práce:

Datum zadání bakalářské práce: **03.02.2020**

Termín odevzdání bakalářské práce: **22.05.2020**

Platnost zadání bakalářské práce: **30.09.2021**

Ing. Pavel Puričér, Ph.D.
podpis vedoucí(ho) práce

doc. Ing. Josef Dobeš, CSc.
podpis vedoucí(ho) ústavu/katedry

prof. Mgr. Petr Páta, Ph.D.
podpis děkana(ky)

III. PŘEVZETÍ ZADÁNÍ

Student bere na vědomí, že je povinen vypracovat bakalářskou práci samostatně, bez cizí pomoci, s výjimkou poskytnutých konzultací. Seznam použité literatury, jiných pramenů a jmen konzultantů je třeba uvést v bakalářské práci.

Datum převzetí zadání

Podpis studenta